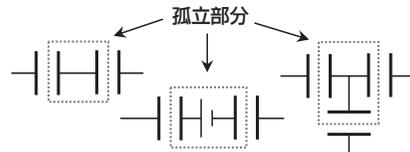
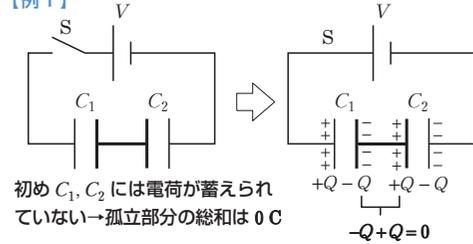


●電気量保存の法則

電子は導線伝いにしか移動しないため、孤立した導線部分の電気量の総和は一定である。これを**電気量保存の法則**という。

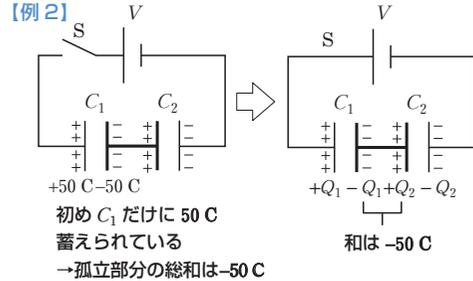


【例1】



【例1】の場合、スイッチ S を入れて時間が十分たった後、 C_1 に蓄えられる電荷を左から $+Q\text{ C}, -Q\text{ C}$ とすると、**孤立部分の電荷** $= 0\text{ C}$ が保たれるので、 C_2 に蓄えられる電荷は左側から $+Q\text{ C}, -Q\text{ C}$ となる。

【例2】

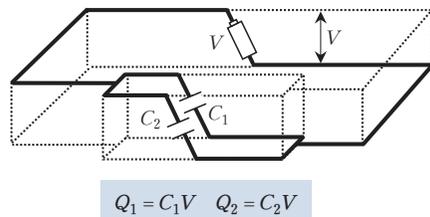
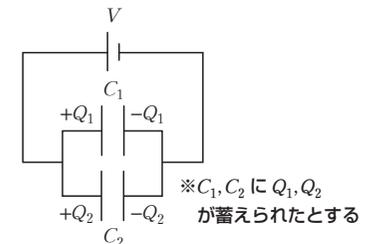
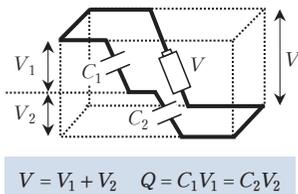
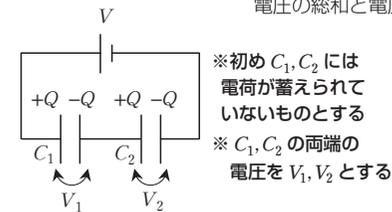


【例2】の場合、初め C_1 のみに $+50\text{ C}$ の電荷が蓄えられている。スイッチ S を入れて時間が十分たった後、 C_1 に蓄えられる電荷を左から $+Q_1\text{ C}, -Q_1\text{ C}$ 、 C_2 に蓄えられる電荷は左側から $+Q_2\text{ C}, -Q_2\text{ C}$ とすると、**孤立部分の電荷** $= -50\text{ C}$ が保たれるので、 $-Q_1 + Q_2 = -50$ が成り立つ。

●コンデンサーと電位

コンデンサーを含む回路においても、次のキルヒホッフの第2法則が成り立つ。

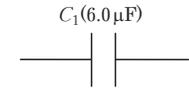
【キルヒホッフの第2法則】回路網上で任意の閉じた環状回路をたどるとき、回路中の電源電圧の総和と電圧降下の総和は等しい。



94 電気容量 $6.0\text{ }\mu\text{F}$ のコンデンサー C_1 を、極板間の電圧が 300 V になるまで充電した。次の問いに答えなさい。

(1) C_1 に蓄えられる電気量 $Q\text{ C}$ を求めなさい。

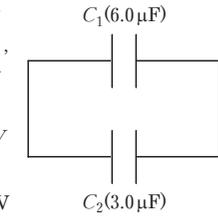
$Q = (\quad) \text{ C}$



さらに充電された C_1 に、電気容量 $3.0\text{ }\mu\text{F}$ の充電されていないコンデンサー C_2 を導線で並列に接続して、十分時間がたった後の C_1, C_2 に蓄えられている電気量を $Q_1\text{ C}, Q_2\text{ C}$ とし、 C_1 の両端の電圧を $V\text{ V}$ とするとき、次の問いに答えなさい。

(2) Q_1, Q_2, V の 3 元連立方程式を立てることによって、 Q_1, Q_2, V をそれぞれ求めなさい。

$Q_1 = (\quad) \text{ C} \quad Q_2 = (\quad) \text{ C} \quad V = (\quad) \text{ V}$



95 図のように電気容量が $2.0\text{ pF}, 3.0\text{ pF}$ のコンデンサー C_1, C_2 と、電気容量が未知のコンデンサー C_3 、および 6.0 V の電源とスイッチ S を導線で接続する。初め、どのコンデンサーにも電荷は蓄えられておらず、スイッチ S を入れて時間が十分たった後、 C_1 には $4.0 \times 10^{-12}\text{ C}$ の電荷が蓄えられた。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) C_1, C_2, C_3 の両端の電位差 V_1, V_2, V_3 を求めなさい。

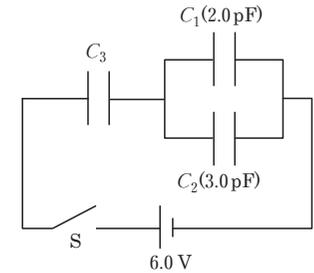
$V_1 = (\quad) \text{ V} \quad V_2 = (\quad) \text{ V} \quad V_3 = (\quad) \text{ V}$

(2) C_2 に蓄えられた電気量 Q_2 は何 C か。 $Q_2 = (\quad) \text{ C}$

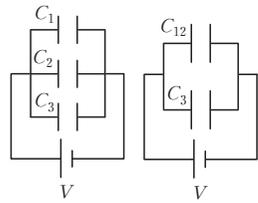
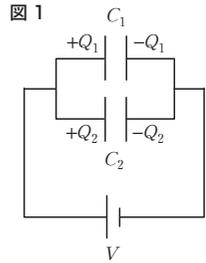
(3) 電気量保存の法則より、 C_3 に蓄えられた電気量 Q_3 を求めなさい。

$Q_3 = (\quad) \text{ C}$

(4) C_3 の電気容量は何 pF か。 $C_3 = (\quad) \text{ pF}$



●コンデンサーの合成容量



複数のコンデンサーを1つのコンデンサーと見なしたコンデンサーを**合成コンデンサー**といい、その電気容量を**合成容量**という。

図1のように並列接続されたコンデンサーの合成容量 C を求めてみよう。 C_1, C_2 に蓄えられる電荷をそれぞれ $Q_1 C, Q_2 C$ とすると、合成コンデンサーには合計で、
 $Q = Q_1 + Q_2 \dots \textcircled{1}$ の電荷が蓄えられたことになる。 C_1, C_2 の両端の電位差はどちらも V であるので、公式より、

$$Q = CV \dots \textcircled{2} \quad Q_1 = C_1 V \dots \textcircled{3} \quad Q_2 = C_2 V \dots \textcircled{4}$$

②,③,④を①に代入すると、 $CV = C_1 V + C_2 V$

この両辺を V で割ると、 $C = C_1 + C_2$

同様にして、並列接続された C_1, C_2, C_3 の合成容量 C を求めてみよう。 C_1 と C_2 の合成容量を C_{12} とすると、 $C_{12} = C_1 + C_2$

C_{12} と C_3 の合成容量が C なので、

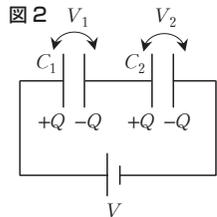
$$C = C_{12} + C_3 = C_1 + C_2 + C_3$$

よって、この計算を繰り返すことにより、 C_1, C_2, \dots, C_n の合成容量 C は次の式で表すことができる。

暗記

並列接続の場合の合成容量： $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$

※ C に蓄えられる電荷は $Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$



次に、図2のように直列接続された電荷が蓄えられていないコンデンサーの合成容量 C について考えてみよう。 C_1, C_2 の両端の電圧を V_1, V_2 とすると、キルヒホッフの法則により、

$$V = V_1 + V_2 \dots \textcircled{5}$$

また、電気量保存の法則によって C_1, C_2 に蓄えられる電荷は等しく、その電荷を $Q C$ とすると、

$$Q = C_1 V_1 \dots \textcircled{6} \quad Q = C_2 V_2 \dots \textcircled{7}$$

ここで合成コンデンサー C は、 C_1 の左側の極板と C_2 の右側の極板からなるコンデンサーとみなすことができるので、 C にも $Q C$ の電荷が蓄えられる。よって、 $Q = CV \dots \textcircled{8}$

⑥,⑦,⑧より、

$V_1 = \frac{Q}{C_1}, V_2 = \frac{Q}{C_2}, V = \frac{Q}{C}$ となり、これらを⑤に代入すると、

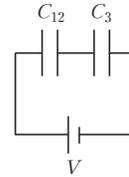
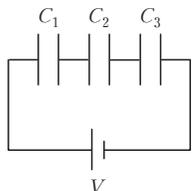
$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} \text{ となり、両辺を } Q \text{ で割ると、} \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

が得られる。

さらに直列接続された C_1, C_2, C_3 の合成容量 C を求めてみる。

C_1 と C_2 の合成容量を C_{12} とすると、 $\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

※孤立部分の電気量は初め0なので、 C_1 の右側に蓄えられる電荷が $-Q$ なら、 C_2 の左側に蓄えられる電荷は $+Q$ とおける。



C_{12} と C_3 の合成容量が C なので、

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

よって、この計算を繰り返すことにより、 C_1, C_2, \dots, C_n の合成容量 C は次の式で表される。

暗記

直列接続の場合の合成容量： $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$

※ C および C_1, C_2, \dots, C_n に蓄えられる電荷はすべて等しい
 ※ 初め孤立部分の電荷が0でないとき、この公式は使えない

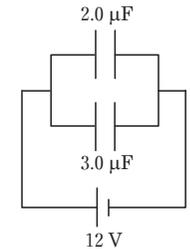
【注意】初め孤立部分の電荷が0でなければ各コンデンサーに蓄えられる電荷は等しくないため、⑥⑦⑧式は同じ Q を用いることができず、上記公式を導くことはできない。

96 電気容量が $2.0 \mu\text{F}, 3.0 \mu\text{F}$ の2つのコンデンサー C_1, C_2 を並列に接続して両端に 12 V の電源をつないで十分時間がたったとき、次の問いに答えなさい。

(1) C_1, C_2 の合成容量を求めなさい。また、 C_1, C_2 の合成コンデンサーに蓄えられる電荷は何 C か。
 () μF () C

(2) C_1, C_2 に蓄えられる電荷はそれぞれ何 C か。

$$C_1 : () C \quad C_2 : () C$$



97 電気容量が $2.0 \mu\text{F}, 3.0 \mu\text{F}$ の2つのコンデンサー C_1, C_2 を直列に接続して両端に 12 V の電源をつないで十分時間がたったとき、次の問いに答えなさい。ただし、コンデンサーには、はじめ電荷は蓄えられていないものとする。

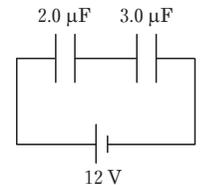
(1) C_1, C_2 の合成容量を求めなさい。() μF

(2) C_1, C_2 に蓄えられる電荷はそれぞれ何 C か。(1)の結果を利用して、求めなさい。(有効数字2桁で答えること)

$$C_1 : () C \quad C_2 : () C$$

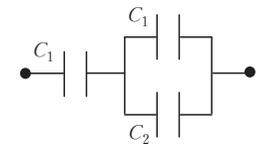
(3) C_1, C_2 の両端の電位差 V_1, V_2 はそれぞれ何 V か。

$$V_1 : () V \quad V_2 : () V$$

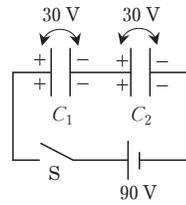


98 電気容量がそれぞれ $C_1 \text{ F}, C_2 \text{ F}$ のコンデンサーを図のように接続したときの合成容量 C を求めなさい。

$$C = () \text{ F}$$



例題 1 図のように、30 V に充電された 2 つのコンデンサー C_1 (10 μF) と C_2 (20 μF)、起電力 90 V の電池、およびスイッチ S からなる回路がある。スイッチ S を閉じて十分時間がたった後、 C_1, C_2 に蓄えられる電気量、および C_1, C_2 の両端の電位差を求めなさい。



注意 $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ は C_1, C_2 が充電されていないときに使える

公式であって、今回のように初めに充電されている場合は、この公式は使えない。

スイッチ S を閉じる前、 C_1, C_2 に蓄えられている電荷をそれぞれ q_1, q_2 とすると、

$$q_1 = 10 \mu\text{F} \times 30 \text{V} = 300 \mu\text{C} \quad q_2 = 20 \mu\text{F} \times 30 \text{V} = 600 \mu\text{C}$$

よって、左図太線の孤立部分の電荷の和は、

$-300 + 600 = 300 \mu\text{C}$ スイッチ S を閉じた後の C_1, C_2 に蓄えられている電荷をそれぞれ $Q_1 \mu\text{C}, Q_2 \mu\text{C}$ 、両端の電位差を $V_1 \text{V}, V_2 \text{V}$ とすると、

$$\text{電気量保存の法則より、} -Q_1 + Q_2 = 300 \mu\text{C} \dots \text{①}$$

$$\text{キルヒホッフの法則より、} V_1 + V_2 = 90 \dots \text{②}$$

それぞれのコンデンサーで公式 $Q = CV$ 適用すると、

$$Q_1 = C_1 V_1 = 10 \mu\text{F} \times V_1 \text{V} = 10V_1 \dots \text{③}$$

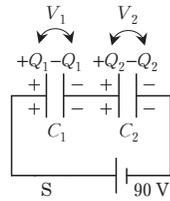
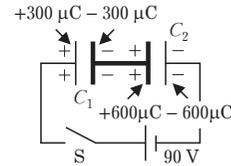
$$Q_2 = C_2 V_2 = 20 \mu\text{F} \times V_2 \text{V} = 20V_2 \dots \text{④}$$

$$\text{③, ④を①に代入して、} -10V_1 + 20V_2 = 300 \dots \text{⑤}$$

$$\text{②, ⑤を解くと、} V_1 = 50 \text{V}, V_2 = 40 \text{V} \dots \text{(答)}$$

これを③, ④に代入して、

$$Q_1 = 10 \times 50 = 500 \mu\text{C}, Q_2 = 20 \times 40 = 800 \mu\text{C} \dots \text{(答)}$$

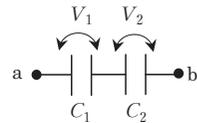


●コンデンサーの耐電圧

コンデンサーに大きな電圧を加えると絶縁が破壊されるため、ある一定の電圧よりも大きな電圧を加えることができない。この一定の電圧を耐電圧という。

例題 2 電気容量が 3.0 μF 、耐電圧 20 V のコンデンサー C_1 と電気容量が 2.0 μF 、耐電圧 15 V のコンデンサー C_2 を直列接続するときの合成コンデンサーの耐電圧を求めなさい。

直列接続のため、図の ab 間に電圧をかけたときに、各コンデンサーに蓄えられる電荷は等しいので、その値を $Q \mu\text{C}$ とし、また、 C_1, C_2 の両端の電位差を V_1, V_2 とすると、



$$Q = 3.0V_1 = 2.0V_2 \text{ より、} V_1 = \frac{Q}{3}, V_2 = \frac{Q}{2} \text{ より、}$$

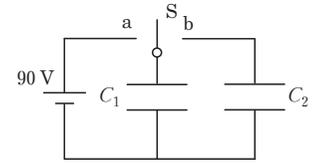
耐電圧：20 V 15 V

$V_1 : V_2 = 2 : 3 \dots \text{①}$ C_1 の両端に、可能な限り大きい電圧がかかるとすると、①式より、 $V_1 = 20 \text{V}, V_2 = 30 \text{V}$ となり、 V_2 は C_2 の耐電圧を超えてしまう。

C_2 の両端に、可能な限り大きい電圧がかかるとすると、①式より、

$V_1 = 10 \text{V}, V_2 = 15 \text{V}$ となり、 V_1 は C_1 の耐電圧を超えない。よって、ab 間には $10 + 15 = 25 \text{V}$ まで電圧をかけることができる。つまり、求める耐電圧は 25 V …(答)

99 図のように、電荷が蓄えられていないコンデンサー C_1 (1.0 μF) と C_2 (2.0 μF)、起電力 90 V の電池、およびスイッチ S からなる回路がある。この回路について次の問いに答えなさい。

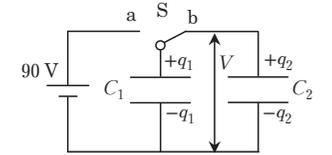


(1) スイッチ S を a につなぎ、十分時間がたったとき、コンデンサー C_1 に蓄えられる電荷 Q は何 μC か。

$$Q = (\quad) \mu\text{C}$$

(2) その後スイッチ S を b につなぎ、十分時間がたったとき、コンデンサー C_1, C_2 にそれぞれ蓄えられる電荷 q_1, q_2 は何 μC か。また、 C_2 間の電位差 V は何 V か。

$$q_1 = (\quad) \mu\text{C} \quad q_2 = (\quad) \mu\text{C} \quad V = (\quad) \text{V}$$

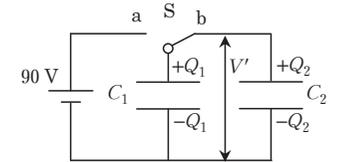


(3) さらにスイッチ S を a につなぎかえ、十分時間がたったとき、コンデンサー C_1 に蓄えられる電荷 Q' は何 μC か。

$$Q' = (\quad) \mu\text{C}$$

(4) 再びスイッチ S を b につなぎ、十分時間がたったとき、コンデンサー C_1, C_2 にそれぞれ蓄えられる電荷 Q_1, Q_2 は何 μC か。また、 C_2 間の電位差 V' は何 V か。

$$Q_1 = (\quad) \mu\text{C} \quad Q_2 = (\quad) \mu\text{C} \quad V' = (\quad) \text{V}$$



100 電気容量が 4.0 μF 、耐電圧 300 V のコンデンサー C_1 と、電気容量が 1.0 μF 、耐電圧 600 V のコンデンサー C_2 を直列接続、並列接続するときの合成コンデンサーの耐電圧をそれぞれ求めなさい。

$$\text{直列接続：} (\quad) \text{V} \quad \text{並列接続：} (\quad) \text{V}$$

●コンデンサーの静電エネルギー

電池で充電されたコンデンサーは、電池を外しても極板間に蓄えられている正負の電荷は互いに引き合っているため、もとのまま残っている。実際に充電されたコンデンサーに、右図のように電球を接続すると、電球は点灯し、徐々に暗くなってしばらくすると消える。これは、極板 B から A へ自由電子が移動し、電流が流れたためである。(電流の流れは A から B) このような自由電子の移動を**放電**という。このときコンデンサーは電球に対して仕事をしたため、充電されたコンデンサーはエネルギーを蓄えていたと考えられる。このエネルギーを**静電エネルギー**という。

※静電エネルギーは静電気力(クーロン力)による位置エネルギーであったことに注意しよう。

では、 C F のコンデンサーに Q C の電荷が蓄えられているときの、コンデンサーの静電エネルギーを計算してみよう。放電されている最中の極板の正電荷が q C ($0 < q < Q$) であるとき、極板間の電位差を V とすると、

$$\text{公式 } q = CV \text{ より, } V = \frac{q}{C} \dots \textcircled{1}$$

このとき図 1 のように、極板の電位をそれぞれ V_1, V_2 、微小な電荷 dq が電位が V_1 から V_2 の位置まで運ばれるときの電場がする微小な仕事を dW とすると、**電場(保存力)がする仕事=(初めの位置エネルギー)-(後の位置エネルギー)**であるので、

$$dW = dqV_1 - dqV_2 \\ = dq(V_1 - V_2) \quad V_1 - V_2 = V \text{ より,}$$

$$dW = Vdq \quad \textcircled{1} \text{式より } V \text{ を消去すると,}$$

$dW = \frac{q}{C} dq$ これは図 2 に示す微小な長方形の面積であり、 q は $0 \sim Q$ まで変化するため、コンデンサーが電球にした仕事 W はグラフの斜線部分の面積と考えられる。よって、

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \left[\frac{q^2}{2C} \right]_0^Q = \frac{Q^2}{2C}$$

つまり、コンデンサーには $\frac{Q^2}{2C}$ J のエネルギーが蓄えられていたことになる。よって、 C F のコンデンサーに Q C の電荷が蓄えられているとき、コンデンサーの静電エネルギーは $U = \frac{Q^2}{2C}$ また、 $Q = CV$ より Q を消去すると、

$$U = \frac{1}{2} CV^2, C \text{ を消去すると, } U = \frac{1}{2} QV \text{ が得られる。}$$

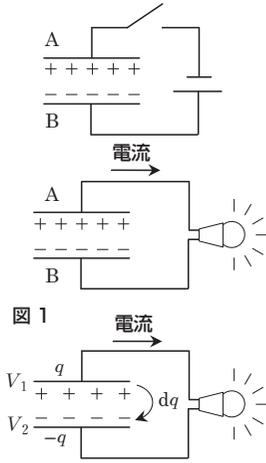


図 1

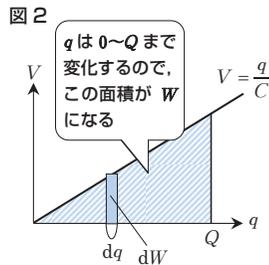
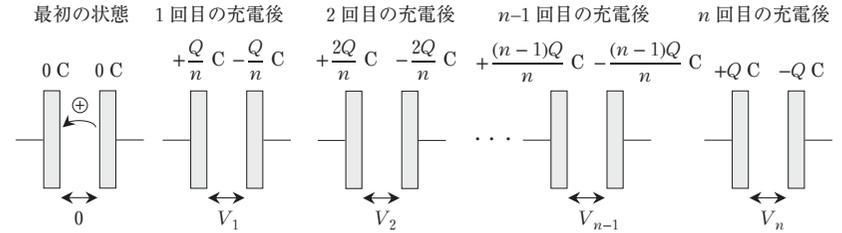


図 2

暗記
 静電エネルギー : $U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV$
 ※ どれか 1 つを暗記すれば、残りは $Q = CV$ より導くことができる

101 電気容量 $2.0 \mu\text{F}$ のコンデンサーを $3.0 \times 10^2 \text{ V}$ に充電する。このときコンデンサーに蓄えられる静電エネルギー U J を求めなさい。() J

102 電気容量が C F の平行板コンデンサーに Q C の電荷が蓄えられるまでの仕事を考える。1 回の充電によって Q/n C ($Q > 0, n$ は整数) の微小の電荷が片方の電極から他方の電極に運ばれ、 n 回目で Q C の電荷が蓄えられるとする。1 回目の充電は 0 V の電位差のところを Q/n C の電荷が運ばれるので、1 回目の仕事 W_1 は 0 J であるとして、次の問いに答えなさい。

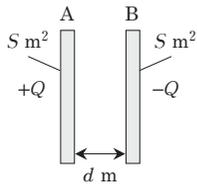


- (1) 1 回目の充電後の極板間の電位差 V_1 を n, Q, C で表しなさい。 $V_1 = (\quad)$
- (2) 2 回目の充電は $V_1 \text{ V}$ の電位差のところを $\frac{Q}{n} \text{ C}$ の電荷を運ぶものとする。2 回目の仕事 W_2 を n, Q, C を用いて表しなさい。 $W_2 = (\quad)$
- (3) 2 回目の充電後の極板間の電位差 V_2 を n, Q, C で表しなさい。 $V_2 = (\quad)$
- (4) 3 回目の移動は $V_2 \text{ V}$ の電位差のところを $\frac{Q}{n} \text{ C}$ の電荷を運ぶものとする。3 回目の仕事 W_3 を n, Q, C で表しなさい。 $W_3 = (\quad)$
- (5) $n-1$ 回目の充電後の極板間の電位差 V_{n-1} を n, Q, C で表しなさい。 $V_{n-1} = (\quad)$
- (6) n 回目の移動は $V_{n-1} \text{ V}$ の電位差のところを $\frac{Q}{n} \text{ C}$ の電荷を運ぶものとする。 n 回目に $\frac{Q}{n} \text{ C}$ の電荷を運ぶ仕事 W_n を n, Q, C で表しなさい。 $W_n = (\quad)$
- (7) $W = W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n$ とする。 $1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$ であることを利用して、 W を n, Q, C で表しなさい。 $W = (\quad)$
- (8) $\lim_{n \rightarrow \infty} W$ を Q, C で表しなさい。 $\lim_{n \rightarrow \infty} W = (\quad)$

● ★ 補 充 問 題 ★ ●

103 次の文中の空欄を埋めなさい。

k をクーロンの法則の比例定数とするとき、 $+q$ ($q > 0$) の電荷からは、 $4\pi kq$ 本の電気力線が出ている。また、 $-q$ の電荷には $4\pi kq$ 本の電気力線が入り込む。さらに電場の強さは、単位面積を垂直に貫く電気力線の本数に等しい。面積 $S \text{ m}^2$ の金属板 A に電荷 $+Q$ ($Q > 0$) を帯電させると、A の両面からは一様に電気力線が出ているので、片面から出る電気力線の本数は①()本である。よって、A がつくる一様な電場の強さは、 $E_A =$ ②()で与えられる。同様にして、A と同じ形の金属板 B に電荷 $-Q$ を帯電させ、図のように A と B を距離 $d \text{ m}$ だけ離して平行板コンデンサーを作る。



このコンデンサーの極板間および両極板の外の電場の強さ E は、A, B がつくる電場の重ね合わせによって決まるので、極板間では $E =$ ③(), 両極板の外では $E =$ ④()となる。また、極板間の電位差 V は E と d を用いて $V =$ ⑤()と表される。

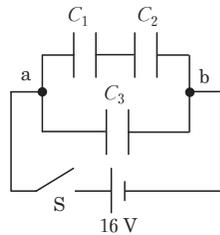
また、コンデンサーの電気容量 C は $Q = CV$ の関係が成り立つように定義されているので、 $E =$ (③), $V =$ (⑤) より、電気容量 C を k, S, d で表すと $C =$ ⑥()となる。さらに、誘電率は $\epsilon =$ ⑦()と定義されているので、 C を ϵ, d, S を用いて表すと、 $C =$ ⑧()となる。

- ① () ② () ③ () ④ () ⑤ ()
 ⑥ () ⑦ () ⑧ ()

104 コンデンサー C_1, C_2, C_3 の電気容量はそれぞれ 6.0 pF ,

2.0 pF , 3.0 pF で、図のように起電力 16 V の電池とスイッチ S によって接続されている。どのコンデンサーにも、初め電荷は蓄えられていないものとして、次の問いに答えなさい。

(1) ab 間の合成容量は何 F か。() F



(2) スイッチ S を入れて十分時間がたった後の C_1, C_2 の両端の電位差 V_1, V_2 はそれぞれ何 V か。
 $V_1 =$ () V $V_2 =$ () V

(3) スイッチ S を入れて十分時間がたった後の C_1, C_2, C_3 に蓄えられる静電エネルギー U_1, U_2, U_3 を有効数字 2 桁で求めなさい。

$U_1 =$ () J $U_2 =$ () J $U_3 =$ () J

105 次の問いに答えなさい。

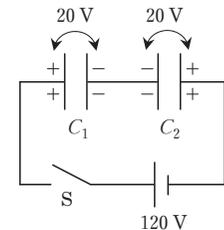
(1) 極板間に何も満たされていない CF のコンデンサーの、両極板の面積を x 倍、極板間隔を y 倍にし、さらに比誘電率が z の誘電体を極板間に隙間なく満たすとき、このコンデンサーの電気容量は C の何倍になるか。() 倍

(2) 耐電圧が 100 V のコンデンサー C を 2 つ直列につないだ場合、及び並列につないだ場合の合成コンデンサーの耐電圧をそれぞれ求めなさい。

直列 : () V 並列 : () V

(3) 誘電率 ϵ の単位を F ともう 1 つの単位を用いて表しなさい。 []

106 図のように、 20 V に充電された 2 つのコンデンサー C_1 ($10 \text{ }\mu\text{F}$) と C_2 ($20 \text{ }\mu\text{F}$)、起電力 120 V の電池、およびスイッチ S からなる回路がある。スイッチ S を閉じて十分時間がたった後、 C_1, C_2 それぞれに蓄えられる電気量 $Q_1 \text{ }\mu\text{C}$, $Q_2 \text{ }\mu\text{C}$ 、および C_1, C_2 それぞれの両端の電位差 $V_1 \text{ V}$, $V_2 \text{ V}$ を求めなさい。ただし、コンデンサーは初め、図のように負の電荷が蓄えられている極板が導線で接続されているものとする。



$Q_1 =$ () μC $Q_2 =$ () μC $V_1 =$ () V $V_2 =$ () V