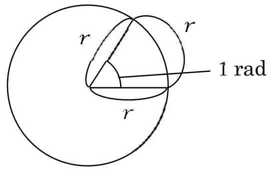
13章 円運動と慣性力

●弧度法　角の大きさを単位(rad)(ラジアン)で表す方法を**弧度法**という。

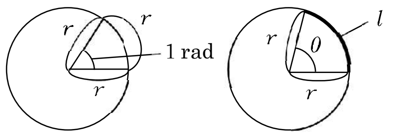


左図のように弧の長さが半径と等しい扇形の中心角が 1 rad として定義されている。$1\ \mathrm{rad} = 360° \times \dfrac{r}{2\pi r} = \dfrac{180°}{\pi}$

となるので，両辺を π 倍して　$\boxed{\pi\ \mathrm{rad} = 180°}$

となることを暗記しておこう。

例題 1　中心角が θ(rad)，半径が r(m)の扇形の弧の長さ l(m)を求めなさい。

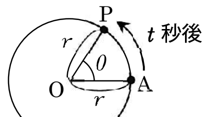


中心角が 1 rad のときは $l=r$，2 rad のときは $l=2r$，3 rad のときは $l=3r$ …となるので，中心角が θ(rad)のときは $l=\theta\times r=r\theta$ …(答)

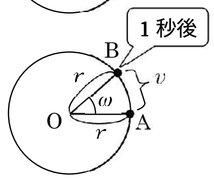
※この結果は必ず暗記すること

●等速円運動　円周上を一定の速さで回り続ける運動を**等速円運動**という。円運動では**角速度**が用いられ、これは 1 秒当たりに進む角の大きさを表す。

右図はある物体が角速度 ω(オメガ)(rad/s)で半径 r(m)の円周上を等速円運動している様子を表している。これは図の∠AOP が 1 秒間に ω(rad)だけ増加するような円運動を意味する。



物体は A から t 秒かけて P まで移動し，そのとき∠AOP = θ(rad)になったとする。ここで，∠AOP は 1 秒でω(rad)，2 秒で 2ω(rad)，3 秒で 3ω(rad)…となるので，t 秒で ωt(rad)になる。これによって，$\boldsymbol{\theta=\omega t}$ という関係が成り立つ。



また，物体の速さを v(m/s)とすると、速さは 1 秒間に進む距離であるので，右図の弧 AB の長さが v に相当する。**例題 1** の結果より、弧 AB = $r\omega$ と求められるので，$\boldsymbol{v=r\omega}$ という関係が成り立つ。

また，等速円運動において，物体が一周するのにかかる時間を**周期**という。周期を T(s)とすると，(1 周するのにかかる時間)＝(1 周の距離)÷(速さ) であるので，$T=\dfrac{2\pi r}{v}=\dfrac{2\pi r}{r\omega}=\dfrac{2\pi}{\omega}$ となる。また，1 秒当たりに回転する回数を回転数といい，これを n とすると，T 秒で 1 回転し，1 秒で n 回転するので，$T:1=1:n$ これを n について解くと，$n=\dfrac{1}{T}$となる。

暗記

中心角：$\theta=\omega t$	速さ：$v=r\omega$	r：半径（m）	T：周期（s）
周期：$T=\dfrac{2\pi}{\omega}$	回転数：$n=\dfrac{1}{T}$	v：速さ（m/s）	n：回転数（1/s）
		ω：角速度（rad/s）	※(Hz)(ヘルツ) = (1/s)

236　次の度数法の角度に対応する弧度法の角度を書き入れなさい。

度	30°	45°	60°	90°	180°	360°
rad						

237　中心角が θ(rad)で半径が r(m)の扇形の弧の長さを l(m)，面積を S(m^2)とするとき，次の問いに答えなさい。

(1) 次の空欄に適切な文字式を入れなさい。

半径が r の円の円周の長さは $2\pi r$ なので，

$l=2\pi r\times\dfrac{\theta}{①(\quad\quad)}$ ＝②(　　　　)と求めることができる。

(2) S を r と θ だけで表しなさい。　S＝(　　　　)

(3) S を l と r だけで表しなさい。　S＝(　　　　)

238　半径が 2，弧の長さが $\dfrac{4}{3}\pi$ の扇形の中心角の大きさを弧度法で求めなさい。

(　　　　)

239　半径が r(m)の円周上を角速度 ω(rad/s)で等速円運動をしている物体がある。この運動について次の問いに答えなさい。

(1) この物体の速さ v(m/s)を求めなさい。　(　　　　)

(2) この運動の周期 T(s)を求めなさい。　(　　　　)

(3) この物体が t 秒間に移動する距離 l(m)を求めなさい。　(　　　　)

(4) 回転数を n(1/s)とするとき，ω を n の式で表しなさい。　ω＝(　　　　)

240　ある物体が半径 0.50 m の円周上を等速で 4.0 秒間に 8 回転している。この物体の回転数 n (Hz)，周期 T(s)，角速度 ω(rad/s)，速さ v(m/s)をそれぞれ求めなさい。($\pi=3.14$ として，有効数字 2 桁で答えること)

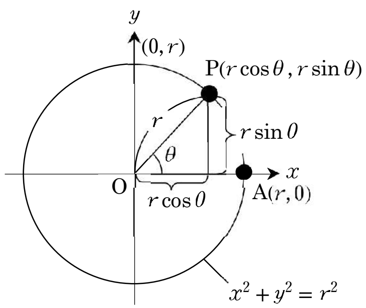
n＝(　　　　)Hz　T＝(　　　　)s　ω＝(　　　　)rad/s　v＝(　　　　)m/s

●円の方程式

xy 平面において，原点 O を中心とする半径 r の円を表す方程式は次の式で表される。

$$x^2+y^2=r^2$$ ※導出は数学の教科書を参照

図のように，この円周上の点を P，点$(r,0)$を A，$\angle$POA $=\theta$ とすると，点 P の座標は $(r\cos\theta, r\sin\theta)$ と表すことができる。



●積の微分法　微分計算には次のような法則がある。

$$\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$$ ※証明は数学の教科書を参照

例　$y=\underbrace{x^3}_{f(x)\text{とみなす}}\underbrace{(x^2-3)}_{g(x)\text{とみなす}}$ $\xrightarrow{\text{積の微分法を利用}}$ $y'=(x^3)'(x^2-3)+x^3(x^2-3)'$

$=3x^2(x^2-3)+x^3(2x)$

$=3x^4-9x^2+2x^4=5x^4-9x^2$

※展開してから微分しても同じ結果になることを確かめてみよう！

●合成関数の微分法　微分計算には次のような法則がある。

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$$ ※証明は数学の教科書を参照

例　$y=(x^3-5)^2$ $\xrightarrow{\text{合成関数の微分法を利用}}$ $y'=\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{du}\cdot\dfrac{du}{dx}=2u\times3x^2$　$u=x^3-5$

$u=x^3-5$ とおくと $y=u^2$

$\dfrac{dy}{du}=2u,\ \dfrac{du}{dx}=3x^2$

$=2(x^3-5)\times3x^2$

$=6x^2(x^3-5)=6x^5-30x^2$

※展開してから微分しても同じ結果になることを確かめてみよう！
※計算に慣れてきたら u を用いず求められるようにしよう！

●三角関数の微分法　三角関数の導関数は次のようになる。※証明は数学の教科書を参照

$$(\sin x)'=\cos x\quad(\cos x)'=-\sin x$$

さらに，合成関数の微分法を利用すると，次の式が成り立つ。

$$\{\sin(ax+b)\}'=a\cos(ax+b)$$
$$\{\cos(ax+b)\}'=-a\sin(ax+b)$$

※$u=ax+b$ とおくと，$\dfrac{du}{dx}=a$
よってどちらも a が付加される

例題 2　次の関数の導関数を求めなさい。

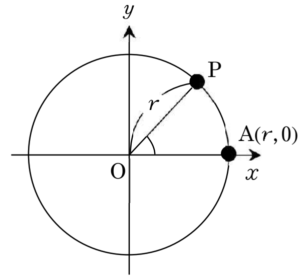
(1) $y=2\sin x$
$y'=(2\sin x)'=\mathbf{2\cos x}$ …(答)

(2) $y=-\cos x$
$y'=(-\cos x)'=-(-\sin x)=\mathbf{\sin x}$ …(答)

(3) $y=\sin(3x+2)$
$y'=\{\sin(3x+2)\}'=\mathbf{3\cos(3x+2)}$ …(答)

(4) $y=\cos 6x$
$y'=(\cos 6x)'=\mathbf{-6\sin 6x}$ …(答)

241　中心が原点 O(0 , 0)で，半径 r〔m〕の円周上にある物体が角速度 ω〔rad/s〕で等速円運動をしている。物体の位置が A$(r,0)$から t 秒後の物体の位置を P とするとき，次の問いに答えなさい。



(1) $\angle$AOP の大きさを求めなさい。（　　　　）〔rad〕

(2) P の座標を求めなさい。（　　　　，　　　　）

(3) 物体の速さを求めなさい。（　　　　）〔m/s〕

(4) 周期を求めなさい。
（　　　　）〔s〕

(5) 回転数を求めなさい。
（　　　　）〔Hz〕

242　積の微分法によって，次の関数の導関数を求めなさい。

(1) $y=(2x+1)(3x^2+5x+1)$
$y'=$（　　　　　　　　）

(2) $y=(x^3+2x)(x^2+1)$
$y'=$（　　　　　　　　）

243　合成関数の微分法によって，次の関数の導関数を求めなさい。

(1) $y=(x^2+3x+4)^4$
$y'=$（　　　　　　　　）

(2) $y=\sqrt{x^2+1}$
$y'=$（　　　　　　　　）

244　次の関数の導関数を求めなさい。

(1) $y=-\sin x$　$y'=$（　　　　　　）

(2) $y=3\cos x$　$y'=$（　　　　　　）

(3) $y=\sin(-7x)$　$y'=$（　　　　　　）

(4) $y=\cos(-2x+1)$　$y'=$（　　　　　　）

(5) $y=x\cos x$　$y'=$（　　　　　　）

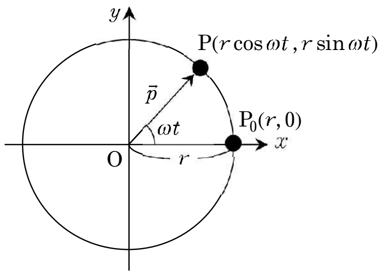
(6) $y=\sin^3 x$　$y'=$（　　　　　　）

●等速円運動の速度と加速度

復習　一般に，平面上を移動する物体の変位を時間微分すると**速度**が得られ，速度を時間微分すると**加速度**が得られる。

位置ベクトル：$\vec{r}=(x,y)$　**速度ベクトル**：$\vec{v}=\left(\dfrac{dx}{dt},\dfrac{dy}{dt}\right)$　**加速度ベクトル**：$\vec{a}=\left(\dfrac{d^2x}{dt^2},\dfrac{d^2y}{dt^2}\right)$

右図は原点 O を中心とする半径 r の円周上を物体が角速度ωで等速円運動する様子を表している。

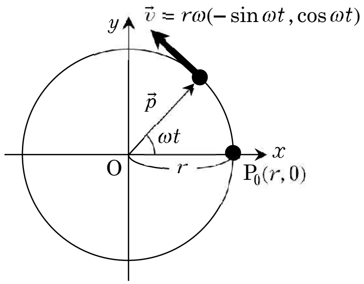


!注意　等速円運動なので ω は正の定数である。

物体が $P_0(r,0)$ を出発すると，
t 秒後に $P(r\cos\omega t, r\sin\omega t)$ に達する。
よって位置ベクトル $\vec{p}$ は次のようになる。

$\vec{p}=(r\cos\omega t, r\sin\omega t)$　つまり，

$\vec{p}=r(\cos\omega t, \sin\omega t)$ …①



$\vec{p}$ を時間微分すると速度ベクトルが得られ，
$(r\cos\omega t)'=-r\omega\sin\omega t$，$(r\sin\omega t)'=r\omega\cos\omega t$
であるので，速度ベクトル $\vec{v}$ は次のようになる。

$\vec{v}=(-r\omega\sin\omega t, r\omega\cos\omega t)$　つまり，

$\vec{v}=r\omega(-\sin\omega t, \cos\omega t)$ …②

$\vec{v}$ を時間微分すると加速度ベクトルが得られ，

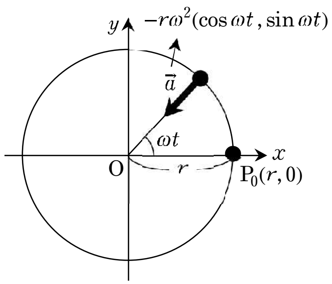
$(-r\omega\sin\omega t)'=-r\omega^2\cos\omega t$

$(r\omega\cos\omega t)'=-r\omega^2\sin\omega t$

であるので，加速度ベクトル $\vec{a}$ は次のようになる。

$\vec{a}=\left(-r\omega^2\cos\omega t,\ -r\omega^2\sin\omega t\right)$　つまり，

$\vec{a}=-r\omega^2(\cos\omega t, \sin\omega t)$ …③



①,②より，内積 $\vec{p}\cdot\vec{v}$ を求めると，

$\vec{p}\cdot\vec{v}=r(\cos\omega t, \sin\omega t)\cdot r\omega(-\sin\omega t, \cos\omega t)$

$\quad=r^2\omega(-\cos\omega t\sin\omega t+\cos\omega t\sin\omega t)=0$

よって，$\vec{p}\perp\vec{v}$ となり，
速度の向きは常に円の接線方向になる。

また①式から，$(\cos\omega t, \sin\omega t)=\dfrac{1}{r}\vec{p}$　これを③式に代入して，

$\vec{a}=-r\omega^2(\cos\omega t, \sin\omega t)=-r\omega^2\cdot\dfrac{1}{r}\vec{p}=-\omega^2\vec{p}$

つまり，$\vec{a}=-\omega^2\vec{p}$ となるので，$\vec{a}\,/\!/\,\vec{p}$ で，$\vec{a}$ は $\vec{p}$ と逆向きになる。

よって，加速度の向きは常に円の中心方向になる。

また，$\cos^2\omega t+\sin^2\omega t=1$ であることから，

$\vec{v}=r\omega(-\sin\omega t, \cos\omega t)$ より，$|\vec{v}|=|r\omega|\sqrt{(-\sin\omega t)^2+(\cos\omega t)^2}=r\omega$

$\vec{a}=-r\omega^2(\cos\omega t, \sin\omega t)$ より，$|\vec{a}|=|-r\omega^2|\sqrt{(\cos\omega t)^2+(\sin\omega t)^2}=r\omega^2$

ここで等速円運動する物体の速さを v，加速度の大きさを a とすると，
（つまり $|\vec{v}|=v$，$|\vec{a}|=a$ とすると）

$v=r\omega$ …④　$a=r\omega^2$ …⑤

④,⑤式より ω を消去すると，

$a=r\omega^2=\dfrac{(r\omega)^2}{r}=\dfrac{v^2}{r}$ より，$a=\dfrac{v^2}{r}$

暗記

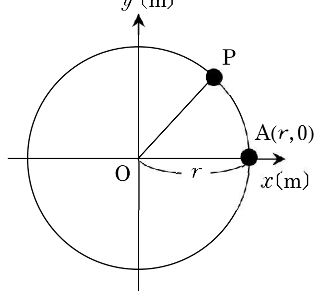
$v=r\omega$　速度の向き：円の接線方向

$a=r\omega^2=\dfrac{v^2}{r}$　加速度の向き：円の中心方向

!注意　等速円運動の加速度は速さと半径だけで表すことができることを覚えておこう。

245 中心が原点 O(0，0)で，半径 r(m)の円周上にある物体が角速度 ω(rad/s)で等速円運動をしている。物体の位置が A(r，0)から t 秒後の物体の位置を P とするとき，次の問いに答えなさい。

図1



(1) P の位置にある物体の位置ベクトルを $\vec{p}$，速度ベクトルを $\vec{v}$，加速度ベクトルを $\vec{a}$ とする。微分法を用いてそれぞれのベクトルを列ベクトルで求めなさい。ただし，$\boxed{}$ には各成分の共通因数が入るものとする。また，速度と加速度の向きを図1に書き込みなさい。

$\vec{p}=\boxed{}\begin{pmatrix}\\\end{pmatrix}$　$\vec{v}=\boxed{}\begin{pmatrix}\\\end{pmatrix}$

$\vec{a}=\boxed{}\begin{pmatrix}\\\end{pmatrix}$

(2) (1)より，この等速直線運動をする物体の速さ v(m/s)と加速度の大きさa(m/s^2)を r とω の式で表しなさい。

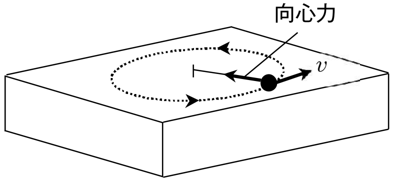
$v=($　　　　　$)$　$a=($　　　　　$)$

(3) 加速度の大きさ a を r と v の式で表しなさい。 $a=($　　　　　$)$

246 ある物体が半径 r(m)の円周上を回転数 n(Hz)で等速円運動している。この物体の角速度 ω(rad/s)，速さ v(m/s)，加速度の大きさ a(m/s^2)を求めなさい。

$\omega=($　　　　$)$(rad/s)　$v=($　　　　$)$(m/s)　$a=($　　　　$)$(m/s^2)

●向心力



右図は，滑らかな床の上を，長さ r の糸につながれた質量 m の小球が，速さ v で等速円運動している様子である。もし，運動中に糸を切ってしまえば，物体は円の接線方向に投げ出されてしまう。つまり，物体が等速円運動を続けるためには，常に中心方向に力を受けていなければならない。この中心方向の力を**向心力**という。円軌道の中心方向の加速度の大きさを a，角速度を ω とすると，$a=\dfrac{v^2}{r}=r\omega^2$ となるので，向心力の大きさ F は次のように表される。

$$\boldsymbol{F=m\frac{v^2}{r}}\quad \text{または}\quad \boldsymbol{F=mr\omega^2}$$

暗記

等速円運動をしている物体の円軌道の中心方向の運動方程式の立て方

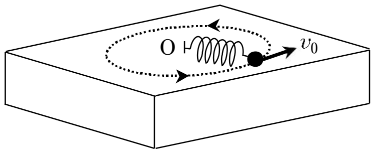
$$m\frac{v^2}{r}=f_1+f_2+f_3+\cdots$$

または $mr\omega^2=f_1+f_2+f_3+\cdots$

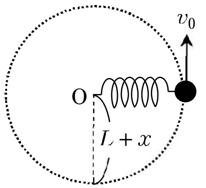
※円軌道の中心方向を正とする

※$f_1,f_2,f_3\cdots$ は中心方向にはたらく力

例題 3　滑らかな水平面上で点 O にばねの一端を固定して，他端に質量 m の小球を取りつけた。図のように，ばねを自然長 L から x だけ伸ばして，小球に対して，ばねに垂直な方向に初速度 v_0 を与えて打ち出したところ，小球は半径 $L+x$ の等速円運動をした。ばね定数は k として，次の問いに答えなさい。



(1) 小球の中心方向の運動方程式を書きなさい。



加速度の大きさを a，円軌道の半径を r とすると，

$r=L+x$　より，$a=\dfrac{v_0^2}{r}=\dfrac{v_0^2}{L+x}$

小球が中心方向に受ける力は kx だけであるので，運動方程式は，$\boldsymbol{m\dfrac{v_0^2}{L+x}=kx}$ …(答)

【復習】フック の法則：$\boldsymbol{F=kx}$
$\boldsymbol{k}$：ばね定数　$\boldsymbol{x}$：ばねの伸び

※p50 参照

(2) 2次方程式の解の公式を利用して，(1)の式を x について解きなさい。

$m\dfrac{v_0^2}{L+x}=kx$ の両辺に $(L+x)$ をかけて $mv_0^2=(L+x)kx$

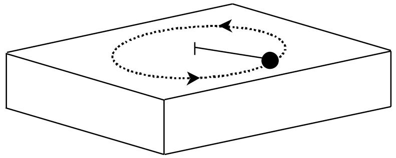
式を整理して $kx^2+kLx-mv_0^2=0$

2次方程式の解の公式より，$x=\dfrac{-kL\pm\sqrt{k^2L^2+4kmv_0^2}}{2k}$

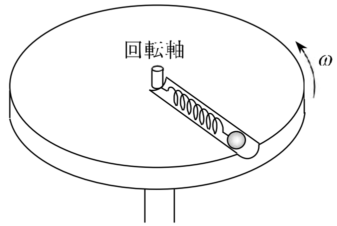
$x>0$ であるので，$x=\dfrac{\boldsymbol{-kL+\sqrt{k^2L^2+4kmv_0^2}}}{\boldsymbol{2k}}$ …(答)

247　質量 0.20 kg の小球をつけた長さ 0.30 m の糸の端を固定して，滑らかな水平面上で回転数 2.0 Hz で回転させた。小球の加速度の大きさ a(m/s^2)と糸の張力の大きさ S(N)はそれぞれいくらか。$\pi=3.14$ として有効数字2桁で答えなさい。

$a=($　　　　　$)$ m/s^2　$S=($　　　　　$)$ N



248　自然の長さが L(m)のばねの先に質量 m(kg)の小さなおもりをつけ，反対側を回転軸にとりつける。おもりは水平におかれた円板の上の，半径に沿った滑らかな溝の中におかれていて，円板の回転にあわせて回転する。この円板を角速度 ω(rad/s)で回転させると，ばねは x だけ伸びた。このとき，次の問いに答えなさい。



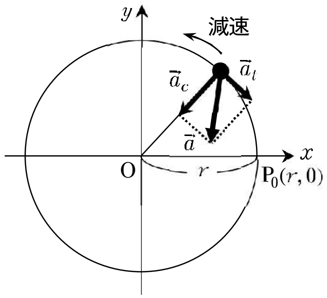
(1) このときのおもりの周期，回転数，速さを求めなさい。

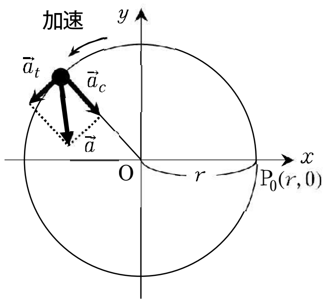
周期：(　　　)(s)　回転数：(　　　)(Hz)　速さ：(　　　　　)(m/s)

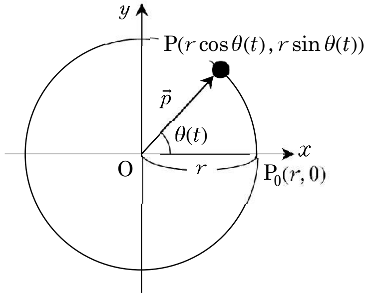
(2) おもりが受けている向心力の大きさを求めなさい。(　　　　　)(N)

(3) ばね定数を求めなさい。(　　　　　)(N/m)

●非等速円運動の速度と加速度







★合成関数の微分法

$\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}u} \cdot \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ より

$\{\cos u(t)\}' = -u'(t)\sin u(t)$
$\{\sin u(t)\}' = u'(t)\cos u(t)$

位置：$\vec{r} = (x, y)$

速度：$\vec{v} = \left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)$

加速度：$\vec{a} = \left(\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}, \dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\right)$

等速でない物体の円運動は，接線方向に加速度が生じるため，物体の加速度の向きは中心方向の加速度ベクトルと接線方向の加速度ベクトルの和となり，その向きは中心からずれることになる。

$\vec{a}_c$：中心方向の加速度

$\vec{a}_t$：接線方向の加速度

$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_t$：実際の加速度

ただし，物体の速さ $v\,(=|\vec{v}|)$ と中心方向の加速度の大きさ $a_c\,(=|\vec{a}_c|)$ は，等速円運動同様，次のようになる。

暗記

$$v = r\omega \qquad a_c = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$$

※ a_c は非等速円運動する物体の中心方向の加速度の大きさ

※ 角速度 ω は定数ではなく時刻 t の関数

上式が成り立つことを以下で証明するが，合成関数の微分法，積の微分法を詳しく学んでいない場合は，結論だけを覚えて証明はとばしてもよい。

※積の微分法，合成関数の微分法は p178 を参照

左図のように，ある物体が P_0 を出発し，t 秒後に点 P に達したとする。そして $\angle P_0OP = \theta(t)$ として，P の位置ベクトル $\vec{p}$ を考える。

ここで Δt における平均の角速度は，

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta(t+\Delta t) - \theta(t)}{\Delta t}$$

であるので，時刻 t における瞬間の角速度は，

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\theta(t+\Delta t) - \theta(t)}{\Delta t} = \theta'(t) \quad \cdots ①$$

つまり，角速度 ω は角 $\theta(t)$ を時間微分して得られる。

※導関数の定義式は p108 を参照

また，P の座標は $P(r\cos\theta(t), r\sin\theta(t))$ であるから，位置ベクトル $\vec{p}$ は次のようになる。

$$\vec{p} = r\begin{pmatrix}\cos\theta(t)\\ \sin\theta(t)\end{pmatrix} \quad \cdots ②$$

この $\vec{p}$ を時間微分すると速度ベクトルが得られる。

$$\left.\begin{aligned}\{\cos\theta(t)\}' &= -\theta'(t)\sin\theta(t)\\ \{\sin\theta(t)\}' &= \theta'(t)\cos\theta(t)\end{aligned}\right\}\text{★合成関数の微分法}$$

であるので，速度ベクトル $\vec{v}$ は次のようになる。

$$\vec{v} = r\begin{pmatrix}-\theta'(t)\sin\theta(t)\\ \theta'(t)\cos\theta(t)\end{pmatrix} \quad \cdots ③$$

ここで，③に①を代入すると，次の式が得られる。

$$\vec{v} = r\begin{pmatrix}-\omega\sin\theta(t)\\ \omega\cos\theta(t)\end{pmatrix} = r\omega\begin{pmatrix}-\sin\theta(t)\\ \cos\theta(t)\end{pmatrix} \quad \cdots ④$$

よって，$|\vec{v}| = |r\omega|\sqrt{\{-\sin\theta(t)\}^2 + \{\cos\theta(t)\}^2} = r\omega$　（$v = |\vec{v}|$ とすれば，$v = r\omega$ となる）

また，②,④より，

$$\vec{p}\cdot\vec{v} = r\begin{pmatrix}\cos\theta(t)\\ \sin\theta(t)\end{pmatrix}\cdot r\omega\begin{pmatrix}-\sin\theta(t)\\ \cos\theta(t)\end{pmatrix} = r^2\omega\{-\cos\theta(t)\sin\theta(t) + \cos\theta(t)\sin\theta(t)\} = 0$$

よって，$\vec{v} \perp \vec{p}$ となり，$\vec{v}$ は円の接線方向のベクトルであることがわかる。

さらに，速度 $\vec{v}$ を時間微分すると加速度 $\vec{a}$ が得られるので，①式の $\theta'(t) = \omega$ に注意して③式のカッコ内の各成分を微分すると，

$\{-\theta'(t)\sin\theta(t)\}'$ ★積の微分法

$= -\theta''(t)\sin\theta(t) - \{\theta'(t)\}^2\cos\theta(t)$
$= -\theta''(t)\sin\theta(t) - \omega^2\cos\theta(t)$

$\{\theta'(t)\cos\theta(t)\}'$　★積の微分法

$= \theta''(t)\cos\theta(t) - \{\theta'(t)\}^2\sin\theta(t)$
$= \theta''(t)\cos\theta(t) - \omega^2\sin\theta(t)$

★積の微分法
$\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

よって，加速度 $\vec{a}$ は次のようになる。

$$\vec{a} = r\begin{pmatrix}-\theta''(t)\sin\theta(t) - \omega^2\cos\theta(t)\\ \theta''(t)\cos\theta(t) - \omega^2\sin\theta(t)\end{pmatrix} = r\theta''(t)\begin{pmatrix}-\sin\theta(t)\\ \cos\theta(t)\end{pmatrix} - r\omega^2\begin{pmatrix}\cos\theta(t)\\ \sin\theta(t)\end{pmatrix}$$

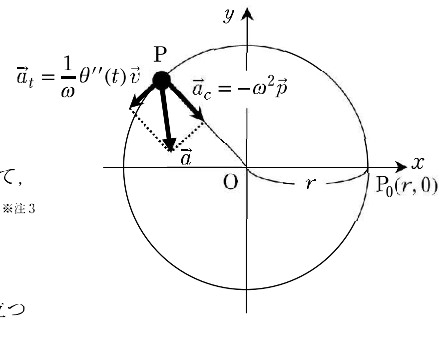
④より $r\begin{pmatrix}-\sin\theta(t)\\ \cos\theta(t)\end{pmatrix} = \dfrac{1}{\omega}\vec{v}$，②より $r\begin{pmatrix}\cos\theta(t)\\ \sin\theta(t)\end{pmatrix} = \vec{p}$

であるので，$\vec{a} = \dfrac{1}{\omega}\theta''(t)\vec{v} - \omega^2\vec{p}$　となる。

$\dfrac{1}{\omega}\theta''(t)\vec{v}$ は接点を P とする円の接線方向のベクトルで[※注1]，$\omega^2 > 0$ より $-\omega^2\vec{p}$ は P を始点とする原点方向のベクトルである[※注2]。

つまり，$\vec{a}_t = \dfrac{1}{\omega}\theta''(t)\vec{v}$，$\vec{a}_c = -\omega^2\vec{p}$　となる。よって，

$|\vec{a}_c| = |-\omega^2\vec{p}| = |-\vec{p}|\omega^2 = |\vec{p}|\omega^2 = r\omega^2 = \dfrac{(r\omega)^2}{r} = \dfrac{v^2}{r}$ [※注3]



以上のことから，

非等速円運動でも $v = r\omega$，$|\vec{a}_c| = a_c = \dfrac{v^2}{r}$ が成り立つ

注意1　$\vec{v}$ は接線方向のベクトルであるので，$\dfrac{1}{\omega}\theta''(t)\vec{v}$ も接線方向のベクトルである。

注意2　$\vec{p}$ は原点から物体への向きなので，$-\omega^2\vec{p}$ は物体から原点向きである。

注意3　位置ベクトル $\vec{p}$ の大きさは常に円軌道の半径 r である。

注意4　角 θ の増加量は回転が左回りであるときを通常正とする。よって角速度 $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$ については，回転が右回りであるとき θ の増加量が負となり，$\omega < 0$ となる。従って右回りの回転も考慮した場合は，$v = r|\omega|$ となる。

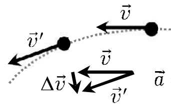
●慣性系と非慣性系

運動の三法則は，**慣性の法則**（第 1 法則），**運動の法則**（第 2 法則），**作用・反作用の法則**（第 3 法則）であった。このうちの**慣性の法則**は次のような内容であった。

物体に外部から力がはたらかないとき，または，はたらいていてもその合力が 0 であるとき，静止している物体は静止し続け，運動している物体はそのまま等速直線運動を続ける。

ここで，電車の中にいる人が座標軸をとり，電車の中の物体の運動を観察した場合について考える。電車が静止または等速直線運動をしているときは，電車の中で静止している物体は静止し続け，運動している物体はそのまま等速直線運動を続ける。このような**慣性の法則が成り立つ立場（座標系）**を**慣性系**という。一方，電車がカーブしながら走っていたり，加速や減速をしていたりすると，静止している物体は静止し続けることができない。このような**慣性の法則が成り立たない立場（座標系）**を**非慣性系**という。

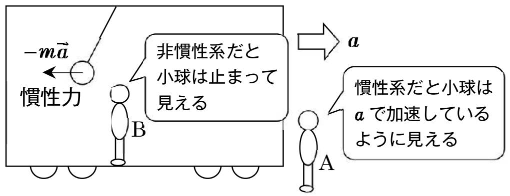
!注意　右図からもわかるように，速さが一定でもカーブしながら移動すれば，加速度が生じることを理解しよう！



$\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{v}' - \vec{v}}{\Delta t}$

●慣性力

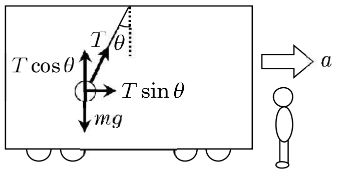
図のように，a(m/s^2)で加速している電車の中の，糸で吊るされた小球を考える。小球の質量は m(kg)，糸の張力は T(N) で，糸は鉛直方向から θ だけ傾いていたものとする。



A のような地面に立っている立場(慣性系)では，小球は電車の加速度と同じ a(m/s^2)で加速しているように見えるが，B のような電車に乗っている立場(非慣性系)では，小球は静止しているように見える。ただし，糸が傾いているので，小球には電車の加速度の向きとは逆向きに力がはたらいているように見える。この見かけの力を**慣性力**といい，B の立場のような非慣性系で運動方程式を立てる場合は，実際の力だけでは成り立たず，次の慣性力を考える必要がある。

暗記

加速度 $\vec{a}$ で加速している座標系では，質量 m の物体に慣性力 $-m\vec{a}$ がはたらく



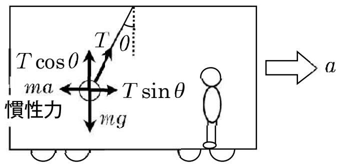
※重力加速度の大きさを g とする

慣性系で運動方程式を立てると…

水平方向：$ma = T\sin\theta$

鉛直方向：$m\cdot 0 = T\cos\theta - mg$

同じ結果になる



非慣性系で運動方程式を立てると…

水平方向：$m\cdot 0 = T\sin\theta - ma$

鉛直方向：$m\cdot 0 = T\cos\theta - mg$

例題 4　加速度 A(m/s^2)で上昇中のエレベーター内に質量 m(kg)のおもりが糸で吊るされている。重力加速度の大きさを g(m/s^2)として，次の問いに答えなさい。

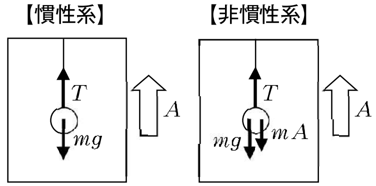
(1)糸の張力 T を求めなさい。

鉛直方向の運動方程式（上向きを正）は，

慣性系：$mA = T - mg$

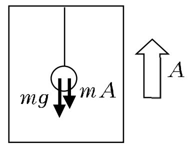
非慣性系：$m\cdot 0 = T - mg - mA$

いずれを解いても，$\boldsymbol{T = m(A+g)}$ …(答)



(2) エレベーターの床からおもりまでの高さを h(m)とする。糸を切ったとき，おもりが床に達するまでの落下時間 t(s)はいくらか。

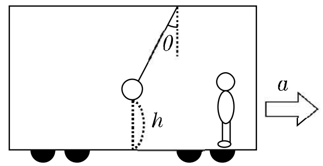
慣性系で考えると，おもりと床の両方が動くため，動きを追うことが難しくなる。このようなときは**非慣性系**で考える。非慣性系でのおもりの加速度を a とすると，鉛直方向についての運動方程式は，鉛直下向きを正とすると，$ma = mg - (-mA)$　よって，$a = g + A$…①



おもりは自由落下するので，①を自由落下の公式に代入すると，

$h = \dfrac{1}{2}(g+A)t^2$　これを t について解くと，$\boldsymbol{t = \sqrt{\dfrac{2h}{g+A}}}$ …(答)

249　加速度 a(m/s^2)で水平な直線線路上を走行している電車の中で，図のように天井から糸で吊りさげられた質量 m(kg)のおもりを観測すると，糸は鉛直方向から θ(rad)だけ傾いていた。吊るされたおもりの床からの高さを h(m)，重力加速度の大きさをg(m/s^2)として，次の問いに答えなさい。



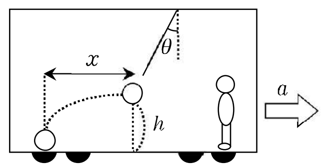
(1) 糸の張力 S の大きさを m, a, g の式で表しなさい。

$S =$ (　　　　　　)(N)

(2) $\tan\theta$ を a, g の式で表しなさい。$\tan\theta =$ (　　　　　　)

(3) 物体に吊るされている糸を切るとき，糸が切れてから t 秒後の，観測者から見た水平方向の速さ v_x(m/s)と，鉛直方向の速さ v_y(m/s)を求めなさい。

$v_x =$ (　　　　　)(m/s)　$v_y =$ (　　　　　)(m/s)



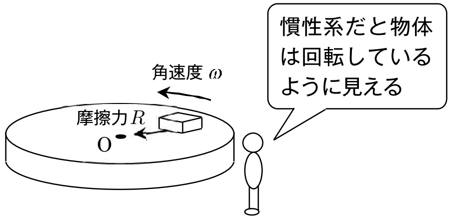
(4) 物体に吊るされている糸を切るとき，物体が床に落下するまでの水平距離 x(m)を求めなさい。

$x =$ (　　　　　)(m)

13
章

●遠心力

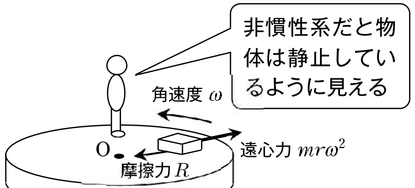
円板の中心 O から r(m)の位置に質量 m(kg)の物体が置かれている。この円板を一定の角速度 ω(rad/s)で回転させても物体は円板上を滑ることなく等速円運動したとする。このとき円板と物体との間の静止摩擦力を R とすると，地上での慣性系における中心 O の向きの運動方程式は次のようになる。



!注意 向心力（$mr\omega^2$）は摩擦力 R と等しい！

慣性系：$mr\omega^2 = R$

円板上での非慣性系では，物体は静止しているように見える。このとき物体は中心 O から遠ざかる向きの慣性力 $-mr\omega^2$ がはたらく。この慣性力を**遠心力**といい，この非慣性系における中心Oの向きの運動方程式は次のようになる。



!注意 物体は静止して見えるため，向心力（中心）という概念はなくなる

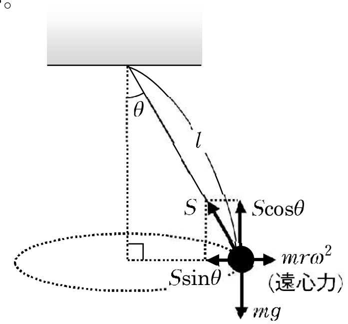
非慣性系：$m \cdot 0 = R - mr\omega^2$　　※つり合いの式：$R = mr\omega^2$ としてもよい。

●円錐振り子

糸の一端を天井に固定し，他端におもりをつけて，水平面内で等速円運動させる装置を**円錐振り子**という。

例題 5　図のような円錐振り子の，糸と鉛直線との成す角をθ，糸の長さを l，重力加速度の大きさを g として，おもりの周期 T を求めなさい。

慣性系ではおもりは等速円運動をしているが，非慣性系(おもりのそばで同じ等速円運動をしている人の立場)では物体は静止しているように見える。ここでは**非慣性系**で，つり合いの式を立ててみる。円軌道の半径を r，おもりの質量を m，角速度をω，糸の張力を S とすると，



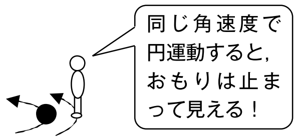
$r = l\sin\theta$ …①，$T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ …②

水平方向のつり合いの式：$S\sin\theta = mr\omega^2$ …③

※**慣性系**での運動方程式：$mr\omega^2 = S\sin\theta$

鉛直方向のつり合いの式：$S\cos\theta = mg$ …④

③,④の辺々を割ると，



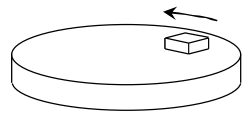
$\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{r\omega^2}{g}$　これに①式を代入して r を消去すると，

$\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{l\omega^2\sin\theta}{g}$ より，

$\dfrac{1}{\cos\theta} = \dfrac{l\omega^2}{g}$ よって，$\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l\cos\theta}}$ これを②に代入して，$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l\cos\theta}{g}}$ …(答)

13
章

250 円板の中心から r(m)の位置に質量 m(kg)の物体がある。円板を静かに回転させて，徐々に回転数を増やすとき，物体が円板に対して滑り出す直前の角速度 ω_0(rad)を求めなさい。ただし，物体と円板との間の静止摩擦係数をμ，重力加速度の大きさを g(m/s^2)とする。

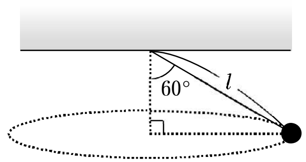


ω_0 = (　　　　　　)(rad/s)

251 水平面上で周期 T の等速円運動をしている小球にはたらく向心力の大きさは F であった。この小球に同じ半径で周期 $2T$ の等速円運動をさせるとき，向心力の大きさは F の何倍か。次から記号で選択しなさい。(　　)

ア．$\dfrac{1}{4}$　イ．$\dfrac{1}{3}$　ウ．$\dfrac{1}{2}$　エ．2　オ．3　カ．4

252 長さl(m)の糸に m(kg)の小球をつけ，水平面内で等速円運動をさせた。このとき，糸が鉛直線と成す角は 60°になった。重力加速度の大きさを g(m/s^2)として次の問いに答えなさい。



(1) 糸の張力の大きさ S を求めなさい。　S = (　　　　　　)(N)

(2) 円運動の角速度の大きさω を求めなさい。

ω = (　　　　　　)(rad/s)

(3) 小球の速さ v を求めなさい。

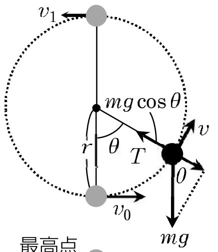
v = (　　　　　　)(m/s)

(4) 円運動の周期 T を求めなさい。(π は文字としてそのまま用いるものとする)

T = (　　　　　　)(s)

13
章

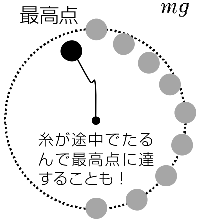
例題 6　長さ r(m)の糸につながれたおもりがある。糸に吊りさげられたおもりに v_0(m/s)の初速を水平方向に与えるとき，おもりが1回転するための v_0 の条件を求めなさい。ただし，重力加速度の大きさを g(m/s^2)とする。



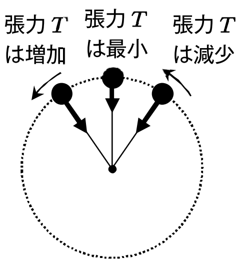
おもりの質量を m，おもりが最高点に達したときのおもりの速さを v_1 とする。おもりが円運動をするとき，糸の張力はおもりの速度と常に直角であるので，糸の張力は仕事をしない。よって力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_1^2+mg\cdot 2r \quad \text{よって，} \quad v_1=\sqrt{v_0^2-4gr} \cdots ①$$

おもりが最高点に達するためには v_1 が実数でなければならないので，$v_0^2-4gr \geqq 0$ つまり，$v_0 \geqq 2\sqrt{gr} \cdots$(A)



しかし，v_0 が $2\sqrt{gr}$ をわずかに超える値であるとき，最高点に達することができても，糸が途中でたるんでおもりが円軌道から外れる可能性もある。よって円軌道を描くためには糸の張力が常に 0 以上であるという条件が必要である。※糸が軽い棒であればたるまないので，(A)の条件だけでよい。

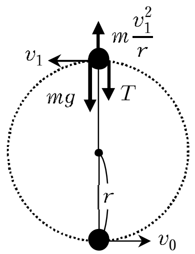


円軌道上にあるおもりの速さが v であるときの，鉛直線と糸との成す角を θ，糸の張力の大きさを T とすると，円の中心方向の運動方程式は，

$$m\frac{v^2}{r}=T-mg\cos\theta \quad \text{よって，} \quad T=m\frac{v^2}{r}+mg\cos\theta \cdots ②$$

力学的エネルギー保存則より，位置エネルギーが最大（$\theta=\pi$）であるとき運動エネルギー（速さ）は最小となる。そのとき $\cos\theta=-1$ で，$\cos\theta$ も最小になる。

θ	0	…	π	…	2π
v	v_0	↘	最小	↗	v_0
$\cos\theta$	1	↘	−1	↗	1



よって②より，おもりが円を描いて 1 回転したときの T の増減は次のようになる。

θ	0	…	π	…	2π
T	$m\frac{v_0^2}{r}+mg$	↘	最小	↗	$m\frac{v_0^2}{r}+mg$

簡単に解くには，上図より，つり合いの式を求め，（最高点での糸の張力）≧ 0 を考えて計算すればよい！

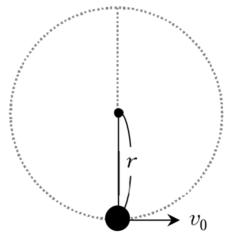
(T の最小値) ≧ 0 を満たせば，糸はたるむことなくおもりは円を描いて 1 回転できると考えられる。$\theta=\pi$ のとき，$\cos\theta=-1$ であり，また①より，$v=v_1=\sqrt{v_0^2-4gr}$ であるので，これらを②に代入すると，T の最小値 $T_{\min}$ は，

$$T_{\min}=m\frac{v_1^2}{r}-mg=m\frac{v_0^2-4gr}{r}-mg=\frac{m\left(v_0^2-5gr\right)}{r}$$

$T_{\min} \geqq 0$ のとき，$v_0^2-5gr \geqq 0$ つまり，$v_0 \geqq \sqrt{5gr} \cdots$(B)

よって，必要な条件は(A)かつ(B)より，v_0 の条件は $\boldsymbol{v_0 \geqq \sqrt{5gr}}$ …(答)

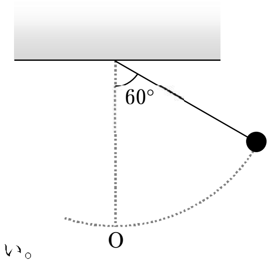
253　長さ r(m)の糸につながれた質量 m(kg)の小球がある。糸に吊りさげられた小球に v_0(m/s)の初速を水平方向に与えると，小球は鉛直平面内で円運動を始めた。重力加速度の大きさを g(m/s^2)として，次の問いに答えなさい。



(1) 円運動を始めた直後の糸の張力 S_0 の大きさを求めなさい。
(2) おもりが最高点に達したときの速さ v を v_0 を用いて表しなさい。
(3) おもりが最高点に達したときの糸の張力 S を v_0 を用いて表しなさい。
(4) 小球が円運動を続けるための v_0 の条件を求めなさい。

(1) $S_0=$(　　　　　　　　)(N)　(2) $v=$(　　　　　　　　)
(3) $S=$(　　　　　　　　)　(4) (　　　　　　　　)

254　長さ 0.80 m の糸に質量 1.0 kg のおもりを吊るした振子を図のように鉛直と 60°を成す方向に保った後，静かに放した。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^{2}として，次の問いに答えなさい。

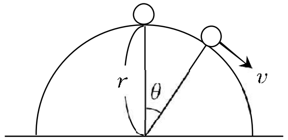


(1) おもりを放した瞬間の糸の張力はいくらか。
(2) おもりが最下点 O に達したときのおもりの速さを求めなさい。
(3) おもりが最下点 O に達したときの糸の張力の大きさを求めなさい。

(1) (　　　　　)N　(2) (　　　　　)m/s　(3) (　　　　　)N

13 章

例題 7 半径 r(m) の滑らかな半球面の頂点で，質量 m(kg)の小球を静かに放すと，小球は滑り出した。図のように小球の位置を角度 θ(rad)で表すとき，次の問いに答えなさい。ただし，重力加速度の大きさを g(m/s^2)とする。

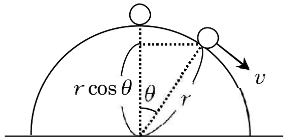


(1) 小球が角度 θ の位置を滑るときの小球の速さ v を求めなさい。

半球面上は滑らかなので，力学的エネルギーは前後で保存される。地面を位置エネルギーの基準にすると，

$\frac{1}{2}m\times 0^2+mgr=\frac{1}{2}mv^2+mgr\cos\theta$

v について解くと，$v=\sqrt{2gr(1-\cos\theta)}$ …(答)

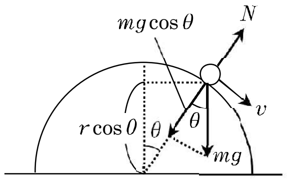


(2) 小球が角度 θ の位置を滑るときの小球が球面から受ける抗力の大きさ N を求めなさい。

非等速円運動でも中心方向の加速度の大きさは $\frac{v^2}{r}$ であるので，慣性系で運動方程式を立てると，

$m\frac{v^2}{r}=mg\cos\theta-N$　よって，

$N=mg\cos\theta-m\frac{v^2}{r}$ …①



(1)の解の $v=\sqrt{2gr(1-\cos\theta)}$ を①式に代入して

$N=mg\cos\theta-m\frac{2gr(1-\cos\theta)}{r}$

$N=mg\cos\theta-2mg(1-\cos\theta)=3mg\cos\theta-2mg=\boldsymbol{mg(3\cos\theta-2)}$ …(答)

(3) 小球が半球面から飛び出すときの角度を θ_0 とするとき，$\cos\theta_0$ を求めなさい。

(2)の $N=mg(3\cos\theta-2)$ $\left(0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}\right)$ の増減を考えると，

θ が 0 から増加すると，$\cos\theta$ は減少するので，

N は減少関数であることがわかる。

小球が球面に接しているとき $N>0$ となるはずなので，$N=0$ のとき小球は球面から離れる。

$N=0$ のとき，$\theta=\theta_0$ となるので，

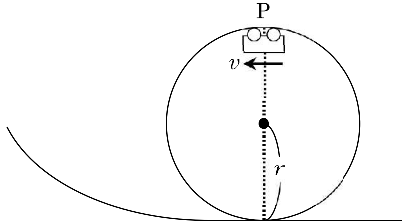
$mg(3\cos\theta_0-2)=0$

よって，$\cos\theta_0=\frac{2}{3}$ …(答)

θ	0	…	θ_0	…
Nの増減		↘		↘
Nの値	mg	正	0	負

13章

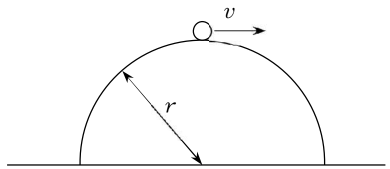
255 鉛直面内にある半径 r(m)の円軌道を通過する質量 m(kg)の台車がある。円軌道の最高点Pを通過するときの速さは v(m/s)であった。このとき，台車が受ける垂直抗力 N の大きさはいくらか。ただし，重力加速度の大きさを g(m/s^2)とする。また，台車と軌道との間の摩擦は無視できるものとする。



$N=($　　　　　　　　$)$(N)

256 次の文中の空欄に当てはまる式を解答群から選択しなさい。

図のように，半径 r の滑らかな半球の頂上に置かれた質量 m の小物体に，初速 v を水平に与える。小物体が半球上を滑らずそのまま水平に飛び出すための初速 v の大きさの最小値は①(　　　)である。また，小物体を半球面の頂点で静かに放すと小物体は滑り出し，床からの高さ②(　　　)で球面を離れる。ただし，重力加速度の大きさを g とする。



①の解答群　ア．$\sqrt{7gr}$　イ．$\sqrt{5gr}$　ウ．$2\sqrt{gr}$　エ．$\sqrt{3gr}$　オ．$\sqrt{2gr}$　カ．$\sqrt{gr}$　(　　)

②の解答群　ア．$\frac{1}{3}r$　イ．$\frac{1}{2}r$　ウ．$\frac{3}{5}r$　エ．$\frac{2}{3}r$　オ．$\frac{1}{\sqrt{2}}r$　(　　)

13章

★章末問題★

257 2.0 kgの物体が，半径2.0 mの円周上を一定の速さで運動し，4.0 sで1回転した。次の問いに答えなさい。ただし，有効数字は2桁で答えること。

(1) この円運動の回転数n(1/s)を求めなさい。（　　　）1/s

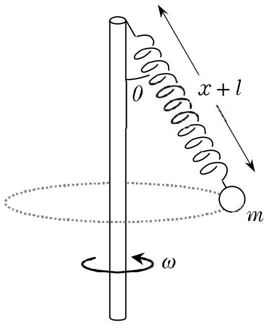
(2) 回転の角速度ω(rad/s)を求めなさい。（　　　）rad/s

(3) 円周上を動く物体の速さv(m/s)を求めなさい。（　　　）m/s

(4) 円の中心方向の加速度の大きさa(m/s^2)を求めなさい。（　　　）m/s^2

(5) 向心力F(N)の大きさを求めなさい。（　　　）N

258 図のように，地面に垂直に立てられた柱の先端に，質量m(kg)の小球が取り付けられている。柱を回転させて角速度がω(rad/s)になったとき，ばねは自然長からx(m)だけ伸び，柱とばねの成す角はθ(rad)になったとする。ばねの自然長をl(m)，ばね定数をk(N/m)，重力加速度の大きさをg(m/s^2)として，次の空欄に適切な式や値を埋めなさい。



非慣性系で小球の水平方向と鉛直方向のつり合いの式を立てると，次のようになる。

水平方向：$kx\sin\theta=$ ア.（　　　　）…①

鉛直方向：$kx\cos\theta=$ イ.（　　　　）…②

①式よりxについて解くと，$x=$ ウ.（　　　　）…③

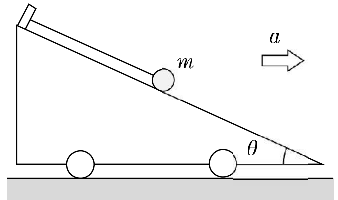
②式より$\cos\theta$について解くと，$\cos\theta=$ エ.（　　　　）…④ となる。

③式より，柱の角速度ωがオ.（　　　　）に近づくと，ばねの伸びは急激に大きくなる。さらに，このとき④式より，θはカ.（　　　　）(rad)に近づくことがわかる。

③式を考えると，ωが（ オ ）に近づくと，ばねの伸びは無限に大きくなることになるが，伸びは有限であるため実現はしない。角速度ωが（ オ ）に近づき，伸びが急激に大きくなると，やがて伸びは限界に達する。その後さらにωを大きくしてもキ.（　　　　）の法則が成り立たなくなるので，①式や②式が成り立たなくなり，軌道半径がほとんど変わらず小球は加速していくことになる。

13章

259 図のように傾斜角θ(rad)の滑らかな斜面をもつ台車が水平面上に置かれている。斜面上の頂点に糸の一端をつけて，他端に質量m(kg)の物体をつなぎ，斜面上に置く。台車に力を加え，a(m/s^2)（$a>0$）で右向きに加速させると，物体は斜面に対して静止したままであった。重力加速度の大きさをg(m/s^2)として，次の問いに答えなさい。

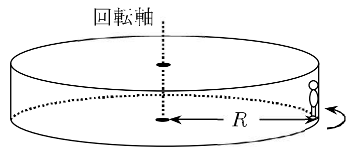


(1) このときの糸の張力の大きさを求めなさい。（　　　　）(N)

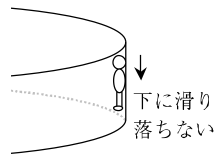
(2) 加速度の大きさaがある値a_0を超えると，物体が斜面上向きに滑り始めた。a_0を求めなさい。

（　　　　）(m/s^2)

260 図のように回転する円筒形の乗り物に人が乗っている。回転軸から人までの距離がR(m)で，回転数がn(Hz)のとき，部屋とともに回転する人は壁に押し付けられるような力を感じる。重力加速度の大きさをg(m/s^2)として，次の問いに答えなさい。



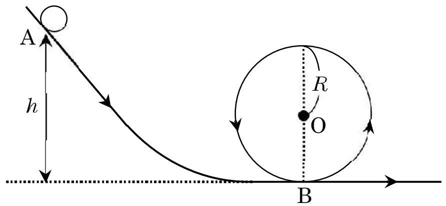
(1) 人の質量をm(kg)とすると，この力の大きさはいくらか。（　　　　）(N)



(2) 壁と人の間の静止摩擦係数をμとすると，回転数がいくら以上になったとき，床がなくても壁に押し付けられた人が滑り落ちなくなるか。

（　　　　）(Hz)

261 図のように高さがh(m)の点Aで質量m(kg)の小球を静かに放し，中心O，半径R(m)の鉛直面内の円軌道を1周させる。重力加速度の大きさをg(m/s^2)とし，摩擦や空気抵抗は無視できるものとして，次の問いに答えなさい。



(1) 小球が円軌道の最下点Bを通過する直前と直後に軌道から受ける力の大きさをそれぞれ求めなさい。

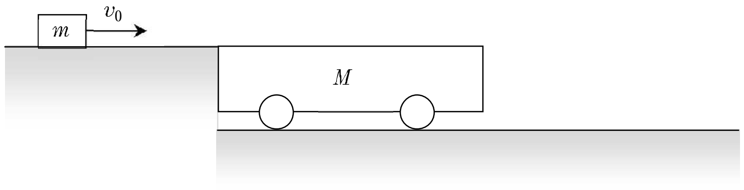
直前：（　　　）(N)　直後：（　　　）(N)

(2) 小球が途中で落ちることなく円軌道を1周するためには，点Aの高さをいくら以上にしなければならないか。

（　　　　）(m)

13章

262 図のように，水平面上に質量 M(kg)の台車があり，台車と同じ高さの滑らかな水平面上に質量 m(kg)の小物体がある。小物体を右向きに速さ v_0(m/s)で走らせると，小物体は台車上を真っすぐ滑り，やがて台車上で静止して 2 つは一体となって右向きに運動した。台車と水平面との間の摩擦や車輪の回転によって発生する摩擦は無視でき，小物体と台車との間の動摩擦係数を μ'，重力加速度の大きさを g(m/s^2)，速度は水平右向きを正として，次の問いに答えなさい。



(1) 小物体が台車上を滑っているときの台車の加速度 a(m/s^2)を求めなさい。

(2) 台車上から小物体を見たときの小物体の加速度を b(m/s^2)として，小物体が台車上を滑っているときの台車上から見た小物体の運動方程式を立てなさい。

(3) 小物体が台車に対して静止するまでの時間 t(s)を求めなさい。

(4) 小物体が台車に対して静止するまでに，台車上を滑った距離を求めなさい。

(5) 小物体が台車に対して静止した後，一体となった小物体と台車の速さを求めなさい。

(6) 小物体と台車の運動量の水平成分の和は，小物体が台車に接触する直前と小物体が台車上で静止した後で保存されるか，されないか。

(7) 小物体が台車と接触したときを衝突とみなすとき，小物体と台車との間の跳ね返り係数 e を求めなさい。また，衝突前後における 2 つの運動エネルギーの総和は保存されるか，されないか。ただし，小物体が台車上で静止したときを衝突後とみなすものとする。

(1) a =(　　　　　　　)(m/s^2)　(2) (　　　　　　　)　(3) t =(　　　　　　　)(s)

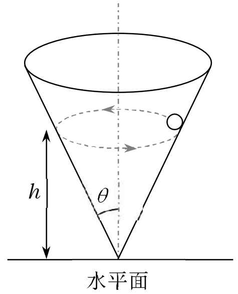
(4) (　　　　　　　)(m)　(5) (　　　　　　　)(m/s)　(6) (　　　　　　　)

(7) e =(　　　　), (　　　　　　　)

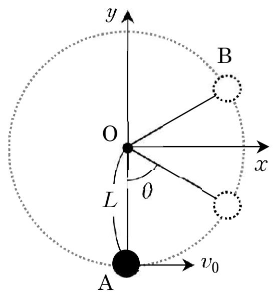
263 水平面上に軸が鉛直で半頂角が θ の内側が滑らかな円すい面がある。図のように，その面上の高さ h の位置で，質量 m の小球が等速円運動をしている。このとき小球の円運動の周期はいくらか。次の中から記号で選択しなさい。ただし，重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗は無視できるものとする。(　　　)

ア．$\dfrac{2\pi}{\tan\theta}\sqrt{\dfrac{h}{g}}$　イ．$\dfrac{2\pi}{\sin\theta}\sqrt{\dfrac{h}{g}}$　ウ．$\dfrac{2\pi}{\cos\theta}\sqrt{\dfrac{h}{g}}$

エ．$2\pi\sqrt{\dfrac{h}{g}}\tan\theta$　オ．$2\pi\sqrt{\dfrac{h}{g}}\sin\theta$　カ．$2\pi\sqrt{\dfrac{h}{g}}\cos\theta$



264 長さ L(m)の軽くて伸びない糸の上端を点 O に固定して，下端に質量 m(kg)の小球を付け，最下点 A で小球に水平方向の初速 v_0(m/s)を与え，小球を鉛直面内で円運動させる。糸と鉛直線 AO の成す角を θ とし，重力加速度の大きさを g(m/s^2)として，次の問いに答えなさい。



(1) 円運動しているときの小球の速さ(m/s)を θ の関数で表しなさい。

(2) 円運動しているときの糸の張力 S(N)を θ の関数で表しなさい。

(3) 糸がたるむことなく小球が一回転するための v_0 の条件を求めなさい。

(4) $\theta = 120°$ の点 B で糸がたるんだとする。点 B における小球の速さ(m/s)を g と L だけで表しなさい。

(1) (　　　　　　　)　(2) (　　　　　　　)

(3) (　　　　　　　)　(4) (　　　　　　　)

13
章

13
章