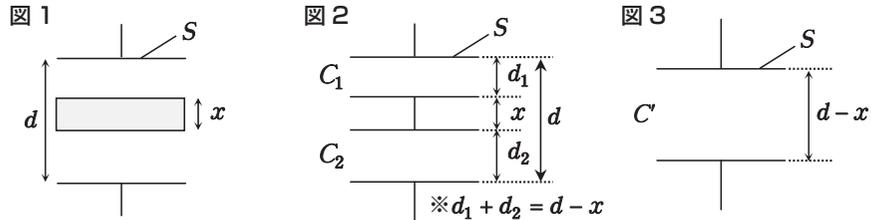


6章 コンデンサーⅡ

●金属板の挿入 図1のように、極板面積 $S \text{ m}^2$ 、極板間隔 $d \text{ m}$ のコンデンサーに、厚さ $x \text{ m}$ の導体を挿入したときの容量について考えてみよう。



金属板を挿入される前のコンデンサーの容量 C は $C = \epsilon \frac{S}{d}$ と表すことができる。このコンデンサーは図2のように、 C_1, C_2 の2つのコンデンサーを直列に接続した合成コンデンサーと見なすことができる。それぞれの容量は $C_1 = \epsilon \frac{S}{d_1}, C_2 = \epsilon \frac{S}{d_2}$ となり、合成コンデンサーの容量を C' とすると、 $\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d_1}{\epsilon S} + \frac{d_2}{\epsilon S} = \frac{d_1 + d_2}{\epsilon S}$ より、

$C' = \epsilon \frac{S}{d_1 + d_2} = \epsilon \frac{S}{d-x}$ となり、これは図3に示すコンデンサーと同じ容量である。つまり、挿入される金属板は、その位置によらず極板間隔を減らす効果がある。

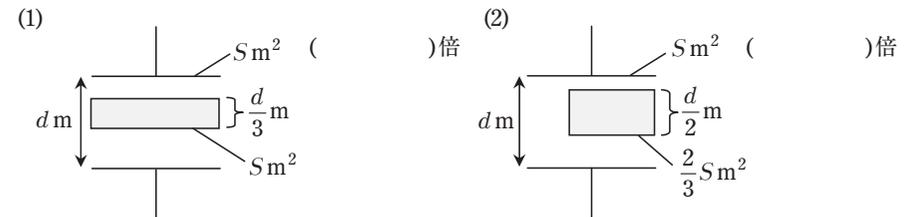
(2) 金属板を挿入したことで静電エネルギーはどれだけ増加したか。

電圧をかけたまま金属板を挿入すると、コンデンサーの容量が増えた分、電荷がコンデンサーに流れ込んで、静電エネルギーが増加する。増加した静電エネルギーを ΔU とすると、

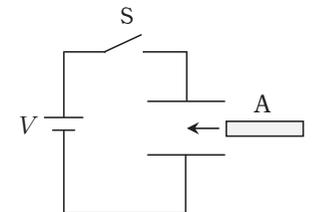
$$\Delta U = (\text{挿入後の静電エネルギー}) - (\text{挿入前の静電エネルギー})$$

$$= \frac{1}{2} C V^2 - \frac{1}{2} C_0 V^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{4} C_0 \right) V^2 - \frac{1}{2} C_0 V^2 = \frac{1}{8} C_0 V^2 \text{ J} \dots (\text{答})$$

82 極板面積 $S \text{ m}^2$ 、極板間隔 $d \text{ m}$ のコンデンサーに、図のような金属板を挿入したとき、コンデンサーの容量はもとの何倍になるか。

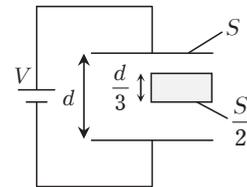


83 電気容量が $C \text{ F}$ の平行板コンデンサーと起電力 V の電池、およびスイッチ S が図のように接続されている。このコンデンサーに、厚さが極板間隔の $\frac{1}{4}$ 、面積が極板面積と等しい金属板 A を(1),(2)のような手順でそれぞれ挿入する。次の問いに答えなさい。



- (1) 初めにスイッチ S を閉じて、十分時間がたった後、スイッチ S を閉じたまま静かに A を挿入する。
- ① 金属板挿入後のコンデンサーの容量 C' を求めなさい。 $C' = (\quad) \text{ F}$
- ② 金属板 A を挿入したことで増加した静電エネルギー $\Delta U \text{ J}$ を求めなさい。 $\Delta U = (\quad) \text{ J}$
- (2) 初めにスイッチ S を閉じて十分時間がたった後、スイッチ S を開いてから静かに A を挿入する。
- ① A を挿入した後のコンデンサーの両端にかかる電圧 $V' \text{ V}$ を求めなさい。 $V' = (\quad) \text{ V}$
- ② 金属板 A を挿入したことで増加した静電エネルギー $\Delta U \text{ J}$ を求めなさい。 $\Delta U = (\quad) \text{ J}$

【例題1】 極板面積 $S \text{ m}^2$ 、極板間隔 $d \text{ m}$ 、電気容量 $C_0 \text{ F}$ の平行板コンデンサーが、電圧 $V \text{ V}$ の電池につながれている。このコンデンサーの極板間に、図のように面積 $\frac{S}{2} \text{ m}^2$ 、厚さ $\frac{d}{3} \text{ m}$ の金属板を静かに極板と平行に挿入した。このとき次の問いに答えなさい。

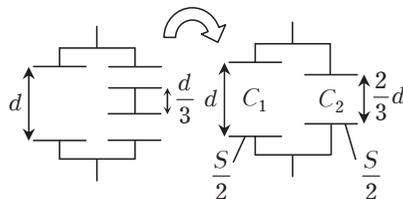


(1) コンデンサーの電気容量は C_0 の何倍になったか。

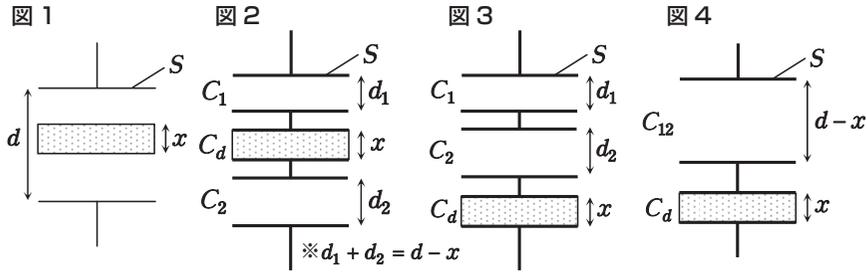
金属板を挿入した後は、図の C_1, C_2 の2つのコンデンサーを並列につないだ合成コンデンサーと見なせるので、この容量を C' とすると、

$$C' = C_1 + C_2 = \epsilon \frac{S/2}{d} + \epsilon \frac{S/2}{2d/3}$$

$$= \frac{5}{4} \times \epsilon \frac{S}{d} = \frac{5}{4} C_0 \text{ よって、} \frac{5}{4} \text{ 倍} \dots (\text{答})$$



●誘電体の挿入 図1のように、極板面積 $S \text{ m}^2$ 、極板間隔 $d \text{ m}$ のコンデンサーに、厚さ $x \text{ m}$ の誘電体を挿入したときの容量 C' について考えてみよう。



このコンデンサーは図2のように、 C_1, C_d, C_2 の3つのコンデンサーを直列に接続した合成コンデンサーと見なすことができる。右の式のように、これらの順序を入れ替えても容量が変わらないので、図3のように並べ替え、さらに図4のように C_1, C_2 を合成した、 C_{12}, C_d の2つのコンデンサーを直列に接続したコンデンサーと見なすことができる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{C'} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_d} + \frac{1}{C_2} \\ &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_d} \\ &= \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_d} \end{aligned}$$

例題 2 面積が $S \text{ m}^2$ の金属板 A, B を $d \text{ m}$ 離して作ったコンデンサー C に比誘電率 3、厚さ $\frac{d}{2} \text{ m}$ 、面積 $S \text{ m}^2$ の誘電体を図のように挿入する。真空の誘電率を ϵ_0 とし、空気誘電率は真空の誘電率と等しいものとして、次の問いに答えなさい。

(1) 誘電体挿入後のコンデンサーの電気容量 $C' \text{ F}$ を求めなさい。

このコンデンサーは右図のように C_1, C_2 の合成コンデンサーと見なすことができる。

$$C_1 = 3\epsilon_0 \frac{S}{d/2} = \frac{6\epsilon_0 S}{d}, \quad C_2 = \epsilon_0 \frac{S}{d/2} = \frac{2\epsilon_0 S}{d} \text{ より,}$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d}{6\epsilon_0 S} + \frac{d}{2\epsilon_0 S} = \frac{2d}{3\epsilon_0 S} \text{ よって, } C' = \frac{3\epsilon_0 S}{2d} \text{ F} \dots (\text{答})$$

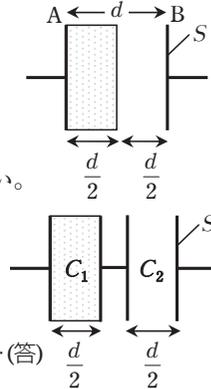
(2) 誘電体を挿入後、コンデンサーの両端に $V \text{ V}$ の電圧をかけるとき、コンデンサーに蓄えられる電気量を求めなさい。

$$\text{公式 } Q = CV \text{ で(1)より } C' = \frac{3\epsilon_0 S}{2d} \text{ であるので, } Q = \frac{3\epsilon_0 S V}{2d} \text{ C} \dots (\text{答})$$

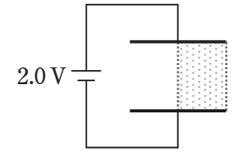
(3) 誘電体を挿入する前に、コンデンサー C の両端に $V \text{ V}$ の電圧をかけ、電圧を $V \text{ V}$ に保ったまま誘電体を挿入するとき、挿入することによって増加した静電エネルギー $\Delta U \text{ J}$ を求めなさい。

コンデンサーの両端の電圧は挿入前後で変わらないので、

$$\Delta U = \frac{1}{2} C_{\text{挿入後}} V^2 - \frac{1}{2} C_{\text{挿入前}} V^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{3\epsilon_0 S}{2d} \right) V^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 S}{d} \right) V^2 = \frac{\epsilon_0 S}{4d} V^2 \text{ J} \dots (\text{答})$$



84 電気容量 $C = 3.0 \mu\text{F}$ の平行板コンデンサーに、起電力 $V = 2.0 \text{ V}$ の電池を接続し、図のように比誘電率 2.0 の誘電体を右半分だけ満たしたとき、次の問いに答えなさい。ただし空気誘電率は真空の誘電率と等しいものとする。



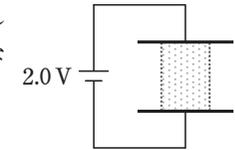
(1) 誘電体が挿入されたコンデンサーの電気容量 $C' \text{ F}$ を求めなさい。

$$C' = (\quad) \text{ F}$$

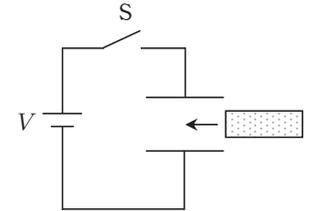
(2) コンデンサーに蓄えられた電気量 $Q \text{ C}$ を求めなさい。 $Q = (\quad) \text{ C}$

(3) 右図のように同じ誘電体をコンデンサーの中央に挿入したとき、挿入されたコンデンサーの電気容量 $C'' \text{ F}$ を求めなさい。

$$C'' = (\quad) \text{ F}$$



85 電気容量が $C \text{ F}$ の平行板コンデンサーと起電力 V の電池、およびスイッチ S が図のように接続されている。ただし空気誘電率は真空の誘電率と等しいものとする。



(1) スイッチ S を閉じて十分時間がたった後、コンデンサーに蓄えられる電気量 $Q \text{ C}$ を求めなさい。

$$Q = (\quad) \text{ C}$$

次にスイッチ S を開いて、比誘電率が ϵ_r 、厚さが極板間隔の半分、面積が極板面積と等しい誘電体を挿入した。

(2) 誘電体挿入後に蓄えられている電気量 $Q' \text{ C}$ を求めなさい。 $Q' = (\quad) \text{ C}$

(3) 誘電体を挿入したコンデンサーの電気容量 $C' \text{ F}$ を求めなさい。 $C' = (\quad) \text{ F}$

(4) 誘電体を挿入したことで増加した静電エネルギー $\Delta U \text{ J}$ を求めなさい。

$$\Delta U = (\quad) \text{ J}$$

●極板間にはたらく力

右図のように、コンデンサーの極板 A, B に $+Q$ C, $-Q$ C の電荷が蓄えられているとき、極板間にはたらく引力 F を求めてみよう。

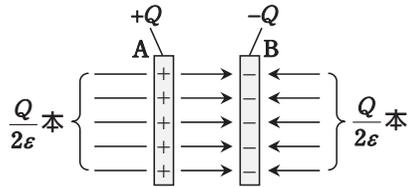
極板 A にある $+Q$ C の電荷は、極板 B にある $-Q$ C の電荷がつくる一様な電場中にある。この一様な電場を E とすると、

$$E = \frac{Q}{2\epsilon} \text{本} \div S \text{m}^2 = \frac{Q}{2\epsilon S} \text{N/C}$$

よって、極板 A にはたらく力 F は

$$F = QE = \frac{Q^2}{2\epsilon S} \text{N} \text{ となる。同様に考えて、}$$

極板 B にも $F = \frac{Q^2}{2\epsilon S} \text{N}$ の力がはたらく。



【注意！】

極板 A が受ける力を求めるとき、極板 A 自身にある電荷自身がつくる電場を考慮してはいけない。つまり、極板間の合成電場の強さ E' は、

$$E' = \left(\frac{Q}{2\epsilon} + \frac{Q}{2\epsilon} \right) \div S \text{m}^2 = \frac{Q}{\epsilon S} \text{N/C}$$

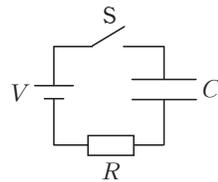
より、極板 A が受ける力 F は、

$$F = QE' = \frac{Q^2}{\epsilon S} \text{とするのは誤りである。}$$

●抵抗で発生するジュール熱

例題 3 電気容量 C F のコンデンサーと起電力 V V の電池、および抵抗 R 、スイッチ S を図のように接続する。次の問いに答えなさい。

- (1) スイッチ S を閉じてから、導線に電流が流れなくなるまでに電池がする仕事 W J を求めなさい。



充電完了後、コンデンサーに Q C の電荷が蓄えられたと仮定すると、公式より、 $Q = CV \dots \textcircled{1}$

電池は電位差 V V に対して Q C の電荷を運んだことになるので、 $W = QV \dots \textcircled{2}$

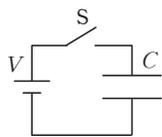
$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より、 $W = QV = CV^2 \dots$ (答)

- (2) スイッチ S を閉じてから、導線に電流が流れなくなるまでに抵抗 R で発生するジュール熱 H J を求めなさい。

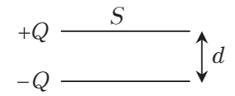
電池がする仕事はジュール熱 H と静電エネルギー U に使われると考えられる。つまり、**電池がする仕事 = ジュール熱 + 静電エネルギー** より、 $W = H + U$

よって、 $H = W - U = CV^2 - \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}CV^2 \text{V} \dots$ (答)

【注意！】 右図のように抵抗を接続しない場合でも電池がする仕事は $W = QV = CV^2$ で、コンデンサーに蓄えられるエネルギーは $\frac{1}{2}CV^2$ である。実は、電池から急激に電流が流れ込むとき、回路全体はコイルのはたらきをして、電気振動という現象が起こり、電磁波のエネルギーとして $\frac{1}{2}CV^2$ が消費される。

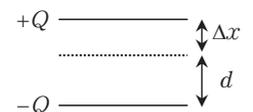


86 図のように、極板間隔 d m、極板面積 $S \text{m}^2$ の平行板コンデンサーに電気量 Q C が蓄えられている。空気の誘電率を ϵ_0 として、次の問いに答えなさい。



- (1) コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーはいくらか。 () J

- (2) 上側の極板に外力を加えて、極板間隔をゆっくり微小距離 Δx m だけ広げるとき、外力がする仕事 ΔW は静電エネルギーの増分に等しいことから ΔW J を求めなさい。

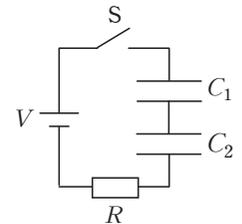


$\Delta W = (\quad) \text{J}$

- (3) 極板どうしにはたらく静電気力の大きさ F N は、(2) の極板間隔を広げる外力に等しいことを利用して、 F N を求めなさい。

$F = (\quad) \text{N}$

87 電気容量 C_1 F, C_2 F のコンデンサーと起電力 V V の電池、および抵抗 R 、スイッチ S を図のように接続する。スイッチ S を入れて電流が流れなくなるまでに、抵抗 R で発生するジュール熱を求めなさい。ただし、コンデンサーにははじめ電荷は蓄えられていないものとする。



() J